指導者用

全国学力・学習状況調査問題

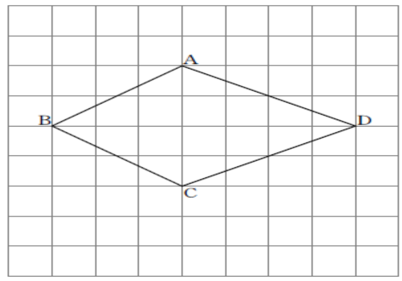
ひとつ、ひとつ、実現するふくしま

主に「図形」に関する学習指導の改善・充実を図る際のポイントを集めました。ご活用ください。

Vol. 2　（平成22年度～24年度）

4　次の（１），（２）の各問いに答えなさい。

（１）次の四角形ＡＢＣＤは，線対称な図形です。対称軸はどれですか。
下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。



ア　直線ＡＣ

イ　直線ＡＢ

ウ　直線ＢＤ

エ　直線ＣＤ

オ　直線ＡＣと直線ＢＤ

Ａ４設問（１）　　正答率69.9%

趣旨

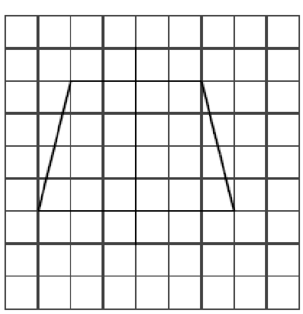
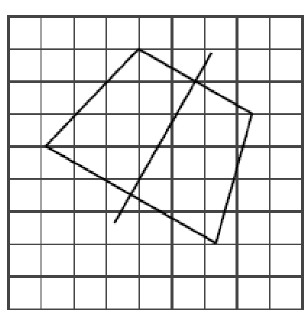
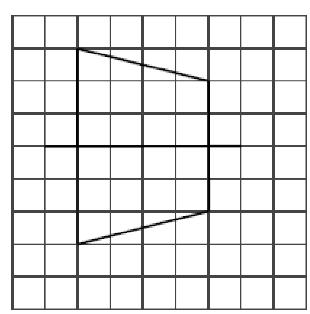
線対称な図形の対応する２点を結ぶ線分が対称軸によって垂直に二等分されるということを基にして，与えられた図形の対称軸を見付けることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　線対称の学習では，線対称の意味を理解し，対称軸を見付けたり，線対称な図形の性質をとらえたりすることが大切である。

例えば，観察，操作，実験などの活動を通して，線対称な図形は対称軸によって合同な２つの図形に分けられることや，対応する点を結ぶ線分はすべて対称軸によって垂直に二等分されることなどを理解できるようにすることが考えられる。その際，図形を左右で対称に見える位置に置くだけでなく様々な位置に置いた場合を扱うことが大切である。

また，本問題で，対角線ＡＣを対称軸ととらえた生徒に対しても，線対称な図形の性質を確認するために，紙でできた図形を折って重ね，線対称な図形と対称軸との関係を考察する場面を設定することが考えられる。

○　図形の移動の観点からこれまでに学習した図形の性質を見直すことが大切である。

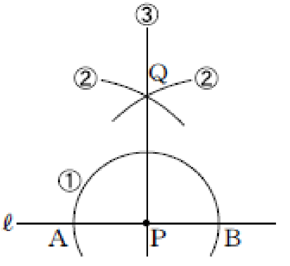
例えば，線対称な図形を対称軸によって合同な２つの図形に分け，それらの関係を対称移動でとらえたり，点対称な図形を対応する点を結んだ直線によって合同な２つの図形に分け，それらの関係を回転移動でとらえたりする活動を取り入れることが考えられる。

平成22年度　A

（２）図１のように，直線 ℓ 上に点Ｐがあります。点Ｐを通る直線 ℓ の垂線は，図２のように①，②，③の順で作図することができます。
このとき，①，②，③の作図の説明を，下のア，イ，ウの中からそれぞれ１つずつ選びなさい。

図１

図２



ア　２点Ａ，Ｂをそれぞれ中心として，等しい半径の円を交わるようにかき，その交点の１つをＱとする。

イ　直線ＰＱをひく。

ウ　点Ｐを中心として円をかき，直線 ℓ との交点をＡ，Ｂとする。

Ａ４設問（２）　　正答率86.7％

趣旨

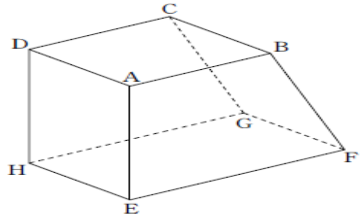
直線上の点を通るその直線の垂線の作図について図に示された手順を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　基本的な作図では，手順に基づいて作図できるだけでなく，手順を見直して，その意味について理解することが大切である。
本問題を使って授業を行う際には，直線上の点を通るその直線の垂線の作図を，「線分ABが対角線で，点Ｐが対角線の交点であるようなひし形やたこ形ができるから」や「線分ABが底辺である二等辺三角形ABQができ，点Ｐが線分ABの中点だから」のように，線対称な図形の性質に基づいて理解し，説明する活動を取り入れることが考えられる。

5　次の（１）から（４）までの各問いに答えなさい。

（１）次の見取図のような模型を作りました。辺AEが面EFGHに垂直であるかどうかを調べます。このことはどのようにして調べればよいですか。下のアからエまでの中から正しいものを１つ選びなさい。



ア　辺AEが辺EFに垂直かどうかを調べればよい。

イ　辺AEが辺EF，辺EHにそれぞれ垂直かどうかを調べればよい。

ウ　辺AEが辺EF，辺ABにそれぞれ垂直かどうかを調べればよい。

エ　辺AEが辺EFに，辺EHが辺EFにそれぞれ垂直かどうかを調べればよい。

Ａ５設問（１）　　正答率58.2%

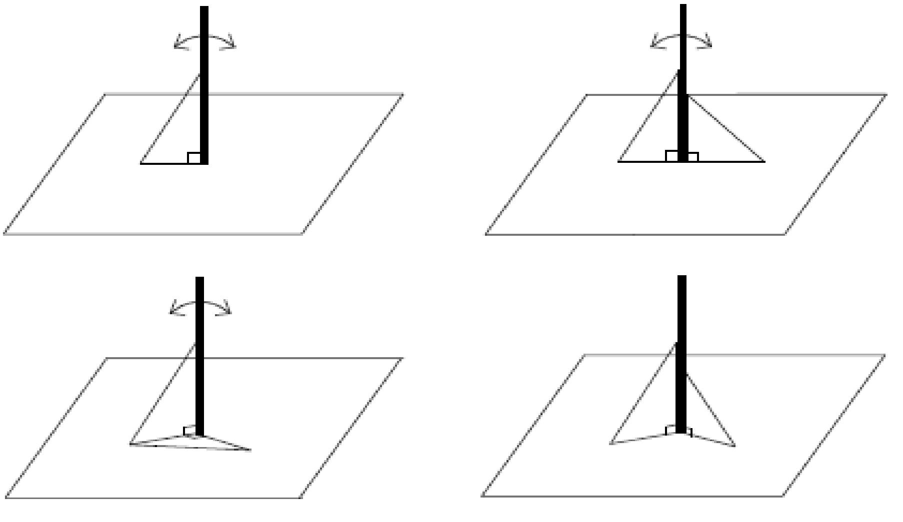
趣旨

空間における直線と平面の位置関係に基づいて，直線が平面に垂直であるかどうかを調べる方法を理解しているかどうかをみる。

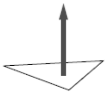
学習指導に当たって

○　空間図形の学習では，空間における直線と平面の位置関係を実感を伴って理解することが大切である。
　例えば，見取図を見て考えるだけでなく，模型づくりなどを通して立体に触れたり，教室を直方体に見立てたり，コンピュータを利用したりするなどして，空間における直線と平面の位置関係を，様々な方向や視点から観察する活動を取り入れることが考えられる。
　そのことを通して，特に直線が平面と垂直な場合については，直線が平面に対してどの方向にも傾いていないこと，すなわち，直線が平面との交点を通るその平面上のすべての直線と垂直であることを理解できるようにすることが考えられる。

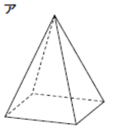
○　空間図形の学習では，空間における直線と平面の位置関係を調べる方法を理解し，それを用いて判断することが大切である。
　例えば，直線と平面が垂直であることを調べるときには，平面上の交わる２直線と垂直であるかどうかを調べればよい理由が，「直線と平面が垂直であるとは，直線が平面との交点を通るその平面上のすべての直線と垂直であること」と「交わる２直線によって平面が決定されること」であることを確認する機会を設けることが考えられる。
　また，直線と平面の位置関係について，机の上に１組の三角定規を組み合わせていくつかの場合を比較することを通して，直線が平面に垂直であるかどうかを調べる方法を見いだすことが考えられる。



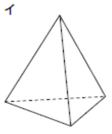
（2）三角形を，それと垂直な方向に一定の距離だけ平行に動かして立体をつくります。
このとき，できる立体の見取図が下のアからオまでの中にあります。正しいものを１つ選びなさい。



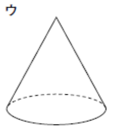
ア



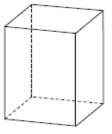
イ



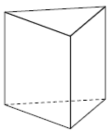
ウ



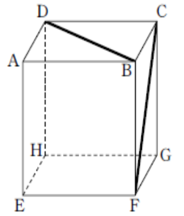
エ



オ



（3）右の図は立方体の見取図です。
この立方体の面ABCD上の線分BDと面BFGC上の線分CFの長さを比べます。線分BDとCFの長さについて，下のアからエまでの中から正しいものを１つ選びなさい。



ア　線分BDの方が長い。

イ　線分CFの方が長い。

ウ　線分BDとCFの長さは等しい。

エ　どちらが長いかは問題の条件だけでは決まらない。

Ａ５設問（２）　　正答率83.9%

趣旨

三角形をその面と垂直な方向に平行に移動させると，三角柱が構成されることを理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　空間図形の性質を調べるには，空間図形が平面の運動によって構成されているとみることが大切である。
例えば，実際に合同な形の厚紙を積み重ねたり，ある直線を軸として厚紙を回転させたりする操作を取り入れることや，コンピュータを活用して立体を構成し，それを観察する活動を取り入れることなどが考えられる。

Ａ５設問（３）　　正答率55.7%

趣旨

空間図形における長さの関係を見取図からよみとることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　空間図形を平面上の見取図に表したとき，もとの空間図形の辺や面のつながりなどはとらえやすいが，長さや角度は保存されないこともあることを理解することが大切である。
例えば，立方体の模型の各辺とその見取図での線分とを対応させ，立方体ではすべての辺の長さは等しいが，見取図では辺の長さが等しく表現されないことがあるなど，見取図の特徴を理解できるようにすることが考えられる。

○　空間図形の性質を考察するとき，見取図，展開図，投影図など様々な表現を比較することを通して，平面上の図表示の特徴を理解することが大切である。
例えば，見取図では対応する線分や角の関係が正しく表現されるとは限らないことを確認する際に，模型と比較するだけでなく，展開図や投影図を活用することが考えられる。

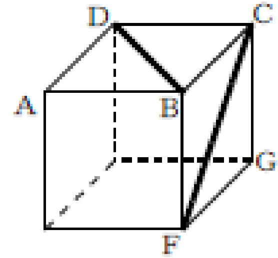
平成22年度　A

【指導のねらい】

空間図形の性質を考察する際に，見取図，展開図，投影図などの多様な表現を用いることを通して，平面上における図表示の特徴を理解できるようにする。

【授業アイディア例】

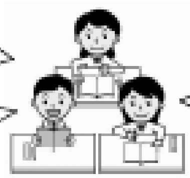
右の図は立方体の見取図です。
面ABCD上の線分BDの長さと
面BFGC上の線分CFの長さを比べよう。



1．２つの線分の長さの関係を予想し，その理由を考える。

線分CFの方が長い。
図ではCFの方が長いから。

どちらが長いかは見取図から分かるのかな。



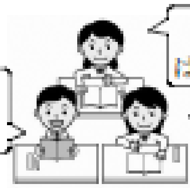
線分BDとCFの長さは等しいと思う。
だって，図ではCFの方が長いけれど，
同じ大きさの正方形の対角線の長さだから。

2．上の予想を確かめる方法を考える。

教師

どのような方法で確かめたらいいですか。

展開図をかけば分かるよ。

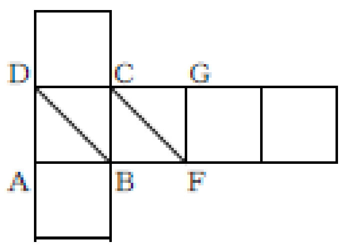


模型を作ればはっきりするね。

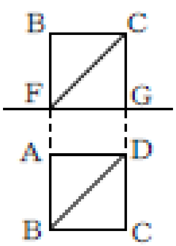
投影図をかいてもいいね。

3．実際に展開図や投影図をかいて，予想を確かめる。

展開図



投影図

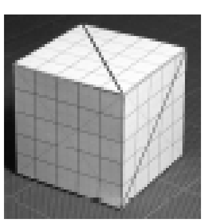


展開図や投影図を見れば，２つの線分は合同な正方形の対角線だから長さが等しいことが分かるね。

空間図形の性質を考えるときには，見取図，展開図，投影図などの多様な表現を用いることが大切ですね。

4．見取図，展開図，投影図などの平面上における図表示の特徴を確認する。

模型を見ながら見取図，展開図，投影図の特徴を考えてみましょう。

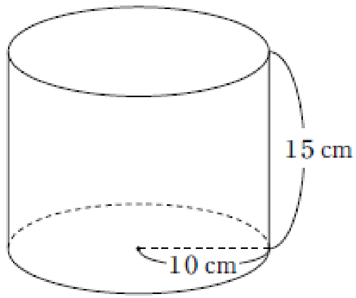


見取図は，長さや角は正しく表されないことがあるけど，もとの空間図形の辺や面のつながりがとらえやすいね。

【留意点】

○　空間図形の性質を平面図形に帰着させて考察する方法を理解できるようにすることが大切である。

（４）底面の円の半径が 10 cm で，高さが 15 cm の円柱があります。
　この円柱の体積を求める式と答えを書きなさい。ただし，円周率を π とします。



Ａ５設問（４）　正答率43.2%

趣旨

円柱の体積の求め方を理解し，体積を求めることができるかどうかをみる。

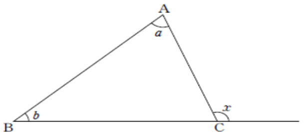
学習指導に当たって

○　柱体の体積の学習では，小学校での学習を見直し，すべての柱体の体積は，（底面積）×（高さ）で求められることを理解することが大切である。
　指導に当たっては，小学校で学習した直方体の体積を求める公式から類推して，角柱や円柱など柱体の体積を求める公式を導くことが考えられる。
　例えば，小学校では（直方体の体積）＝（縦）×（横）×（高さ）であることを学習している。その際，単位体積の立方体をきちんと敷き詰めた１段分の個数が（縦）×（横）で表され，それが１段分の体積と一致していること，体積はその段の個数（高さ）をかければよいことについて理解している。
　これらのことを踏まえて，（縦）×（横）を（底面積）とみて，（直方体の体積）を（底面積）×（高さ）であるととらえ直す。このことを基に，角柱や円柱をその底面の多角形や円が高さの分だけ平行に移動することによって構成される立体と見ることと関連させて一般化し，すべての柱体の体積を求める公式が（柱体の体積）＝（底面積）×（高さ）とまとめられることを理解できるようにすることが大切である。その上で，公式を適切に用いて体積を求める際には，底面積を表す数値が高さ１の体積を表す数値と等しくなっていることを理解できるようにすることが考えられる。

平成22年度　A

6　次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) 次の図の△ABCで，頂点Cにおける外角∠xの大きさは，∠aと∠bを用いてどのように表されますか。下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。



ア　∠a＋∠b

イ　∠a－∠b

ウ　180°－∠a

エ　180°－(∠a＋∠b)

オ　180°－(∠a－∠b)

(2) **図１**の五角形の頂点Pを動かし，∠Pの大きさを90°に変えて，**図２**のような五角形にします。

図１

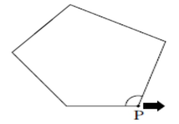
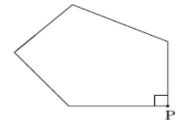


図２



このとき，五角形の内角の和はどうなりますか。下の**ア**から**エ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　五角形の内角の和は，**図１**より**図２**の方が小さくなる。

イ　五角形の内角の和は，**図１**と**図２**で変わらない。

ウ　五角形の内角の和は，**図１**より**図２**の方が大きくなる。

エ　五角形の内角の和がどうなるかは，問題の条件だけでは決まらない。

Ａ６設問(１)

正答率71.3%

趣旨

三角形の外角とそれととなり合わない２つの内角の和の関係を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　三角形の外角の大きさがそれととなり合わない２つの内角の大きさの和として表されることを理解することが大切である。

例えば，三角形の内角と外角の関係を調べ，三角形の外角はそれととなり合わない２つの内角の和に等しいことを見いだし，その理由を既習の図形の性質を用いて説明する場面を設定することが考えられる。また，与える角の大きさを様々な数値に変えた場合について残りの角の大きさを求める活動を取り入れることが考えられる。

Ａ６設問(２)

正答率74.2%

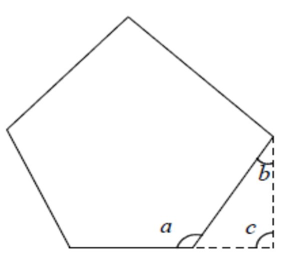
趣旨

多角形の内角の和の性質を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　多角形の内角の和の学習では，辺の数が増えると内角の和が一定に増えること以前に，辺の数が変わらなければ形や大きさが変わっても内角の和が一定であるという性質を理解することが大切である。

図形は視覚的判断を伴うので，形や大きさが変わると内角の和も変化すると考える生徒がいる。例えば，本問題で**ウ**と解答した生徒に対しては，**図１**と**図２**の五角形について内角の和を調べ，それが変わらないことを次のように確認する活動を取り入れることが考えられる。



左の図で

三角形の外角がそれととなり合わない内角の和に等しいから，

∠a＝∠b＋∠c

よって，五角形の内角の和は一定である。

○　多角形の内角の和の学習では，n角形の内角の和はその形や大きさによらず，nの値によって一意に定まることを理解することが大切である。

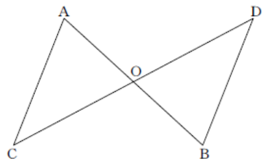
例えば，形や大きさを変えたいろいろな五角形について内角の和を調べ，五角形の内角の和がいつでも540°になることを予想し，その予想が正しいことを三角形の内角の和が180°になることを基にして説明する活動を取り入れることが考えられる。

また，n角形の内角の和を表す180°×(n－２)という式が，三角形の内角の和が180°であることに基づいて求められるという手続きを表しているだけでなく，nによって決まる一定の値を表していることをよみとる機会を設けることが考えられる。

[7] 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

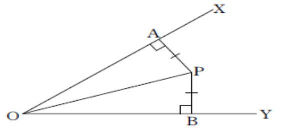
(1) 次の図のように線分ABと線分CDがそれぞれの中点Oで交わっているとき，次のことがらが成り立ちます。

AO = BO，CO = DOならばAC = BDである。



上のことがら「AO = BO，CO = DOならばAC = BDである。」の中で，仮定にあたる部分をすべて書きなさい。

(2) 次の図のように，∠XOYの内部の点Pから，2辺OX，OYにひいた垂線PA，PBの長さが等しいとき，OPは∠XOYを2等分することを，下のように証明しました。



証明

△PAOと△PBOにおいて，
仮定から，　∠PAO = ∠PBO = 90°　……①
PA = PB　……②
共通な辺だから，　OP = OP　……③
①，②，③より，$\boxed{}$ から，
△PAO ≡ △PBO
合同な図形の対応する角は等しいから，
∠AOP = ∠BOP
したがって，OPは∠XOYを2等分する。

上の**証明**の $\boxed{}$ に当てはまる合同条件を，下の**ア**から**オ**までの中から1つ選びなさい。

ア　3辺がそれぞれ等しい

イ　2辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　1辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ　直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい

オ　直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

A７設問(1)　正答率75.9%

趣旨

命題の仮定と結論を区別し，与えられた命題の仮定を指摘できるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　命題を構成することを通して，与えられた命題の仮定と結論を区別することが大切である。
例えば，２本の線分がそれぞれの中点で交わっているという条件から複数の図をかき，図形の性質を見いだし，それを命題の形で表現することを通して，図をかくのに用いた条件が仮定，見いだした図形の性質が結論であることを理解できるようにすることが考えられる。

A７設問(2)　正答率56.7%

趣旨

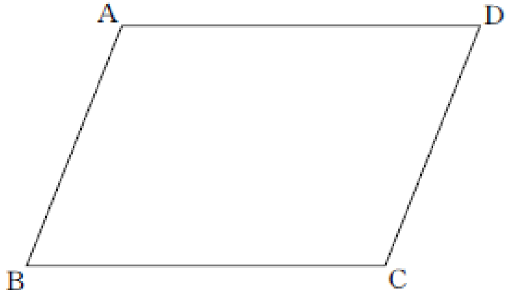
証明をよみ，そこに用いられている直角三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　三角形の合同条件と対比しながら，直角三角形の合同条件について理解することが大切である。
例えば，一般の三角形では，辺や角の６つの要素のうち適切な３つの要素の相等関係が分かれば合同になるのに対して，直角三角形では，斜辺が等しいことが分かっているとき，残り１つの要素の相等関係が分かれば合同となることから，直角三角形の合同条件のよさを確認する機会を設けることが考えられる。

○　２つの三角形が合同であることを示す際には，辺や角の位置関係を確認した上で，用いる合同条件を適切に選ぶことが大切である。
例えば，本問題で「２辺とその間の角がそれぞれ等しい」と誤って解答した生徒に対しては，三角形の２辺と１角が相等であることを記号や印を使って図示するなどして，用いる合同条件を確認する活動を取り入れることが考えられる。

（３）四角形は，２組の向かい合う角の大きさがそれぞれ等しいとき，平行四辺形になります。
　下線部を，次の図の頂点を表す記号と，記号∠，＝を使って表しなさい。



Ａ７設問（３）　正答率63.2%

趣旨

四角形が平行四辺形になるための条件のうち，「２組の向かい合う角がそれぞれ等しい」ことを，記号を用いて表すことができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

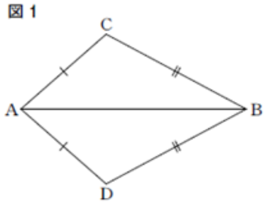
○　言葉で表現された辺や角などの関係を，図と対応させてよみとることが大切である。
　例えば，「２組の向かい合う角がそれぞれ等しい」という表現について，該当する角を図で確かめ，図に印を付けた上で，その関係を記号で表現する活動を取り入れることが考えられる。

○　図形の性質の考察では，辺や角などの関係を正しく理解し，それを記号を用いて簡潔に表したり，記号で表された内容を適切によみとったりすることが大切である。
　例えば，言葉による表現を記号を用いて表すだけでなく，記号による表現「AB＝DC，AD＝BC」を「２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい」というように言葉で表現することも行い，双方向に表したりよみとったりする活動を取り入れることが考えられる。

平成22年度　A

8　ある学級で，**図１**について，「AC＝AD，BC＝BDならば∠ACB＝∠ADBである」ことを，下のように証明しました。

図１

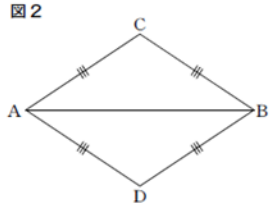


証明

△ABCと△ABDにおいて，
仮定から，　AC＝AD　……①
　　　　　　BC＝BD　……②
共通な辺だから，　AB＝AB　……③
①，②，③より，３辺がそれぞれ等しいから，
　　△ABC≡△ABD
合同な図形の対応する角は等しいから，
　　∠ACB＝∠ADB

この証明のあと，**図２**のようにAC，AD，BC，BDの長さがすべて等しい場合についても，同じように∠ACB＝∠ADBとなるかどうかを考えてみたところ，下の**ア**から**エ**までのような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

図２



ア　**図２**の場合も，∠ACB＝∠ADBであることは，すでに前ページの証明で示されている。

イ　**図２**の場合は，∠ACB＝∠ADBであることを，改めて証明する必要がある。

ウ　**図２**の場合は，∠ACB＝∠ADBであることを，それぞれの角度を測って確認しなければならない。

エ　**図２**の場合は，∠ACB＝∠ADBではない。

出題の趣旨

正答率50.0%

証明の意義を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　仮定を満たすように新たな条件を付け加えた図形でも，もとの図形で成り立っていた性質はそのまま成り立つので，それを改めて証明する必要はないことを理解することが大切である。

　指導に当たっては，例えば，平行四辺形の対辺が等しいことが証明できていれば，平行四辺形の特別な形である長方形について対辺が等しいことは改めて証明する必要はないことを考える活動を取り入れることが考えられる。

【指導のねらい】

一般的な命題が証明されていれば，その仮定を満たすように条件を加えた特殊な場合でも，同じ結論が成り立つことが保証されるという証明の意義を理解できるようにする。

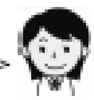
【授業アイディア例】

正三角形の３つの角が等しいことを証明してみよう。

1．正三角形の３つの角が等しいことの証明を考える。

正三角形の３つの角が等しいことはどのように証明しますか。

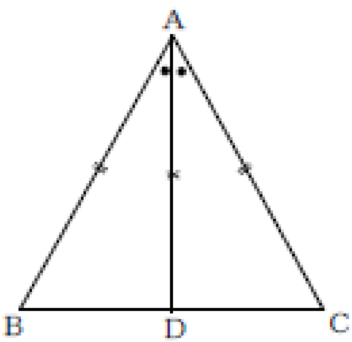
まず，２つの角が等しいことを証明すればいいです。



では，証明してみましょう。

証明

∠Aの二等分線をひき，底辺BCとの交点をDとする。
△ABDと△ACDにおいて，
仮定から，　AB＝AC　……①
ADは∠Aの二等分線だから，
∠BAD＝∠CAD　……②
共通な辺だから，　AD＝AD　……③
①，②，③より，
２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABD≡△ACD
合同な図形の対応する角は等しいから，
∠B＝∠C

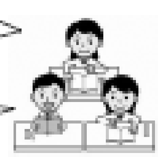


二等辺三角形の底角が等しいことの証明と同じです。

なぜ二等辺三角形の底角が等しいことの証明と同じになるでしょうか。

正三角形も２辺の長さが等しいから，二等辺三角形だね。

使っている仮定が同じだからです。



二等辺三角形の底角が等しいことはもう証明されているから，正三角形では改めて証明しなくてもいいね。

2．二等辺三角形の底角が等しいことを使えば，正三角形の３つの角が等しいことを証明できることを確認する。

【留意点】

○　正方形，ひし形，長方形が平行四辺形の特別な形であることから，それらで平行四辺形の性質が成り立つことを取り扱う中でも，同様の展開が可能である。

○　三角形や四角形の性質を証明する際には，一般的な図形で成り立つことは特別な図形でも成り立つことを理解することが大切である。その際には，図形間の関係を論理的に理解することが大切である。

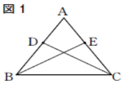
平成22年度　B

4　次の**問題１**は，下のように証明できます。

問題１

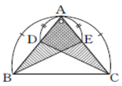
　図１のように，AB＝ACの二等辺三角形ABCの辺AB，辺AC上にAD＝AEとなる点D，点Eをそれぞれとります。
　このとき，BE＝CDとなることを証明しなさい。

図１



問題１の証明

△ABEと△ACDにおいて，
仮定から，
AB＝AC　　……①
AE＝AD　　……②
共通な角だから，
∠BAE＝∠CAD　　……③
①，②，③より，
２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABE≡△ACD
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
BE＝CD



次の（１），（２）の各問いに答えなさい。

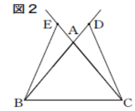
（１）**問題１の証明**では，「２辺とその間の角がそれぞれ等しい。」という三角形の合同条件が用いられています。この合同条件を用いるとき，△ABEと△ACDの対応する２辺の間の角が等しいことを表しているのは，上の証明のどの部分ですか。その部分を書きなさい。

（２）**問題１**の一部を変えると，次の**問題２**をつくることができます。

問題２

　図２のように，AB＝ACの二等辺三角形ABCの辺BA，辺CAを延長した直線上にAD＝AEとなる点D，点Eをそれぞれとります。
　このとき，BE＝CDとなることを証明しなさい。

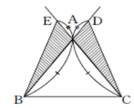
図２



　問題２でも△ABEと△ACDに着目すると，**問題１**と同じように，BE＝CDとなることを証明できます。
　問題１の証明を参考にして，**問題２の証明**を完成しなさい。

問題２の証明

△ABEと△ACDにおいて，



合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
BE＝CD

Ｂ４設問（１）

正答率48.8%

趣旨

与えられた証明をよみ，そのしくみを考えることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　結論を導くために用いられている条件や根拠に着目しながら証明をよみ，そのしくみをとらえることが大切である。
　本問題を使って授業を行う際には，問題１の証明をよむ場面で，結論BE＝CDを導くためにBEとCDがそれぞれ含まれる図形に着目して△ABE≡△ACDを示していることや，どの合同条件を使って△ABE≡△ACDを示しているかを確認する機会を設定することが考えられる。
　その際，三角形の合同条件を成り立たせる３つの要素を，図に色や印をつけて対応させるなど，言葉や記号で表されたことを図と対応付けて的確によみとれるようにすることが大切である。また，本問題のように合同な三角形が重なり合っている場合には，２つの三角形を別々にかき出し，辺や角の対応関係を確認できるようにすることも考えられる。

Ｂ４設問（２）

正答率48.2%

趣旨

発展的に考えて証明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　証明の学習においては，命題が成り立つことを示すにとどまらず，問題の条件を変えて，発展的に考えることが大切である。
　例えば，本問題のようにもとの三角形の２辺の延長上に点をとるなど，発展的に考えるための着想を得る機会を取り入れることが考えられる。その際，生徒自ら図をかくことを通して，もとの問題と新しい問題との条件の異同を見いだすことができるようにすることが考えられる。

○　もとの命題の証明を参考にして，発展的に考えた命題を証明することが大切である。
　指導に当たっては，発展的に考えて予想した命題を証明する際，もとの証明の何が変わり何が変わらないかを確認する活動を取り入れることが考えられる。例えば，本問題では，三角形の合同条件において∠BAE=∠CADであることの根拠が「共通する角」から「対頂角は等しい」に変わり，他の部分は変わらないことを確認した上で証明できるようにすることが大切である。

【指導のねらい】

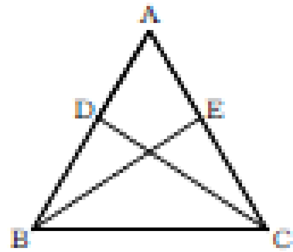
図形についての証明をよみ，証明を振り返り，発展的に考えることができるようにする。

【授業アイディア例】

■次の問題の証明をよんで，発展的に考えてみよう。

問題

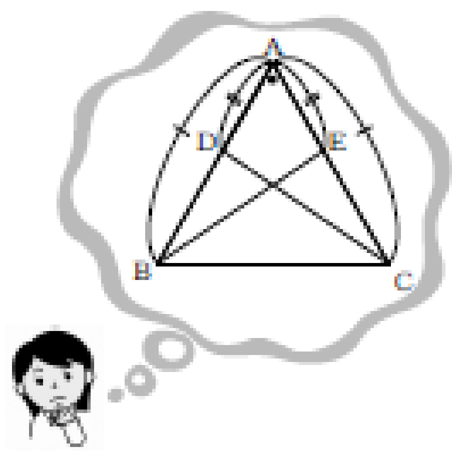
右の図のように，AB＝ACの二等辺三角形ABCの辺AB，辺AC上にAD＝AEとなる点D，点Eをとるとき，BE＝CDとなることを証明しなさい。



1．問題の証明をよむ。

問題の証明

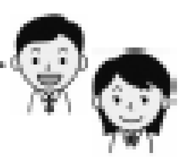
△ABEと△ACDにおいて，
仮定から，
AB＝AC ……①
AE＝AD ……②
共通な角だから，
∠BAE＝∠CAD ……③
①，②，③より，
２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABE≡△ACD
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
BE＝CD



2．証明をよみ直して振り返り，証明のしくみをとらえる。

結論のBE＝CDを示すために，どの三角形に着目していますか。
それらに着目しているのは，なぜですか。

△ABEと△ACDに着目しています。

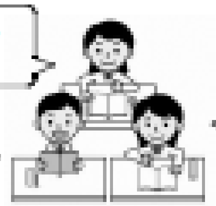


それらは，BEとCDを含む２つの三角形だからです。

この証明では，２辺とその間の角がそれぞれ等しいという合同条件を用いていますが，それはどの辺や角のことですか。
また，それらが等しいことはどうして分かるのですか。

ABとAC，AEとAD，∠BAEと∠CADです。

AB＝ACとAE＝ADは仮定から分かります。



∠BAE＝∠CADは共通の角だからです。

【留意点】

○　図１の場合について考える際，証明の意義について触れるようにする。

3．条件を変えて，発展的に考える。

点Dと点Eは辺AB，辺AC上ならどこにとっても，BE＝CDは成り立ちますか。

図1

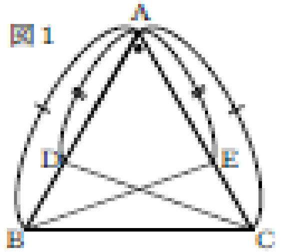


図1のような場合もBE＝CDは証明されています。

では，図2のように下に延長した直線上にAD＝AEとなる点Dと点EをとってもBE＝CDは成り立ちますか。

図2

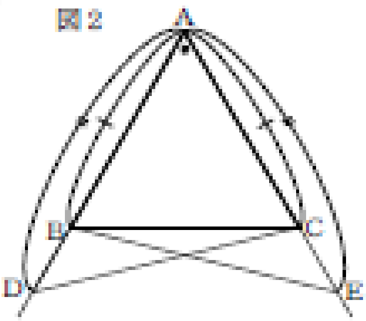


図2の場合でもBE＝CDはいえるよ。

図2の場合について証明すると，最初の証明と全く同じになるね。

図3

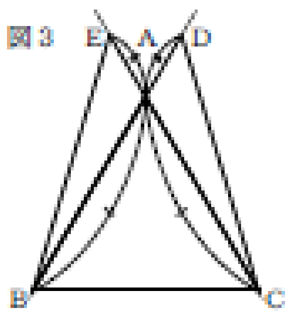


図3のように，上に延長しても，BE＝CDはいえるのかな。

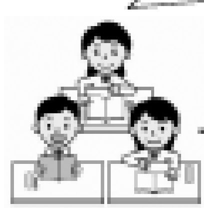
BE＝CDはいえそうだけど，同じ証明のままでいいのかな。

4．発展的に考えた問題の証明を，もとの問題の証明を参考にして完成する。

図3の場合について，BE＝CDの証明を考えてみよう。

では，証明をノートに書いてみよう。

最初の証明を参考にして考えてみようよ。



仮定からAB＝ACとAE＝ADはいえるね。

∠BAEと∠CADは等しそうだけど，共通な角ではないね。

○　もとの証明の何が変わり何が変わらないかを確認することが大切である。

5　身の回りには，ものを安定して置くために水平な面をつくる工夫がいろいろ見られます。
次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) **図1**のような天板と台座を組み立てて使う机があります。**図2**はこの机を真横から見たものです。

図1

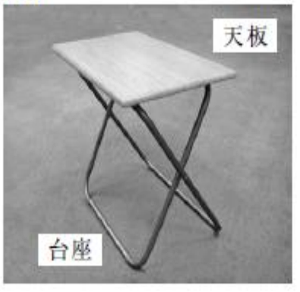


図2

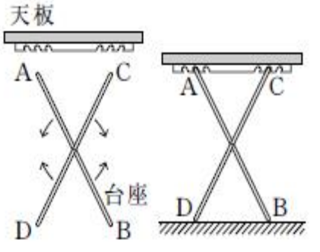


図2のように，この天板の裏側には，いくつかのくぼみがあり，台座のパイプは，ABとCDの長さが等しく，それぞれの真ん中で交わるように組み合わされています。これによって，台座を天板のどのくぼみに差し入れても，天板は床と平行になり，点Aの真下に点Dが，点Cの真下に点Bがあるような机になります。これは，4つの点A，D，B，Cを順に結んでできる四角形ADBCが，ある図形になるからです。その図形の名前を答えなさい。

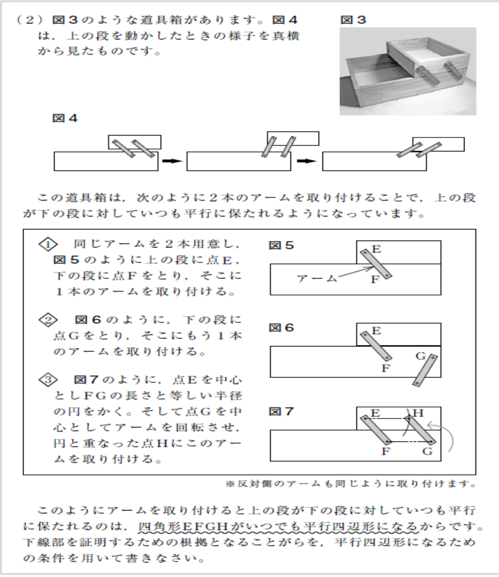
Ｂ５設問(１)　　正答率59.7%

趣旨

事象を図形に着目して観察し，その特徴を的確にとらえることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　日常的な事象を図形に着目して観察し，その特徴を的確にとらえることが大切である。
本問題を使って授業を行う際には，長さの等しい２本のパイプをそれぞれの真ん中で組み合わせてできる形を観察し，そこに見いだされる四角形が長方形となる理由を考え，天板が床と平行であることをとらえ直す活動を取り入れることが考えられる。その際，その四角形を平行四辺形とみた生徒に対しては，もとの条件を見直すことで，対角線の長さの相等や頂点の位置関係を確認し，それが長方形になることを見いだす活動を取り入れることが考えられる。



（２）図３のような道具箱があります。図４は，上の段を動かしたときの様子を真横から見たものです。

図３

図４

この道具箱は，次のように２本のアームを取り付けることで，上の段が下の段に対していつも平行に保たれるようになっています。

① 同じアームを２本用意し，図５のように上の段に点Ｅ，下の段に点Ｆをとり，そこに１本のアームを取り付ける。

② 図６のように，下の段に点Ｇをとり，そこにもう１本のアームを取り付ける。

③ 図７のように，点Ｅを中心としＦＧの長さと等しい半径の円をかく。そして点Ｇを中心としてアームを回転させ，円と重なった点Ｈにこのアームを取り付ける。

図５

図６

図７

※反対側のアームも同じように取り付けます。

このようにアームを取り付けると上の段が下の段に対していつも平行に保たれるのは，四角形ＥＦＧＨがいつでも平行四辺形になるからです。下線部を証明するための根拠となることがらを，平行四辺形になるための条件を用いて書きなさい。

Ｂ５設問（２）

正答率10.0%

趣旨

事象を数学的に解釈し，数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　日常的な事象を図形に着目して観察し，その事象の特徴を図形の性質や条件からとらえることが大切である。

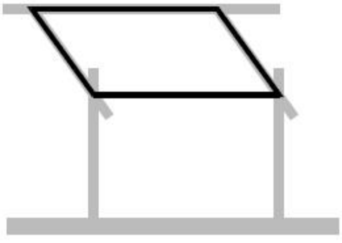
本問題を使って授業を行う際には，道具箱の上の段を動かしたりアームの取り付け方について考えたりすることを通して，道具箱で上の段が下の段に対していつも平行になる仕組みを，２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形であることを基にして考察する活動を取り入れることが考えられる。

○　考察の結果とらえた事柄を主部（説明する前提や根拠）と述部（説明される結論）を明確にして表現することが大切である。

本問題を使って授業を行う際には，「２組の向かい合う辺がそれぞれ等しいから」など，説明される結論を表現していない解答を取り上げ，この表現では相手に伝えたい事柄を正確に伝えられないことから，主部と述部の両方を表現するように改善する場面を設定することが考えられる。

○　ある事象を考察して得られた数学的な事柄を用いて，他の事象についても数学的な考察を深めていくことが大切である。

例えば，机や道具箱で水平を保つ仕組みに平行四辺形の性質が使われていることを学習した際に，これらの仕組みが用いられている他の事象を同じように考察したり，そのような事象を新たに見いだしたりする活動を取り入れることが考えられる。



【指導のねらい】

日常的な事象を図形に着目して観察し，その事象の特徴を図形の性質として把握するとともに，把握した事柄を明確に説明できるようにする。

【授業アイディア例】

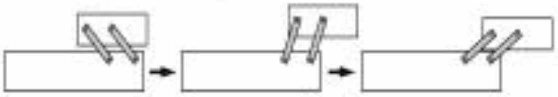
身の回りで水平を保つものの仕組みを考えよう。
写真のような道具箱には，どのような仕組みがあるだろうか。

1．道具箱の上の段を動かしたときの様子を観察する。


教師

この道具箱の上の段はどのように動きますか。

下の段に対して平行に動きます。



2．アームの取り付け方を読んで，どのようにアームを取り付ければ平行になるか，模型を作り，確認する。

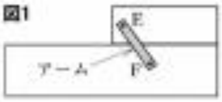
どうして，上の段と下の段は平行になるのでしょうか。

アームの取り付け方に特徴があるかもしれません。

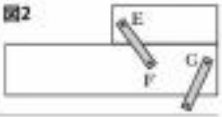
実際に模型を使って確認してみましょう。

アームの取り付け方

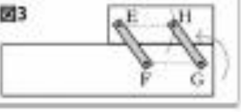
① 同じアームを2本用意し，図1のように上の段に点E，下の段に点Fをとり，そこに1本のアームを取り付ける。

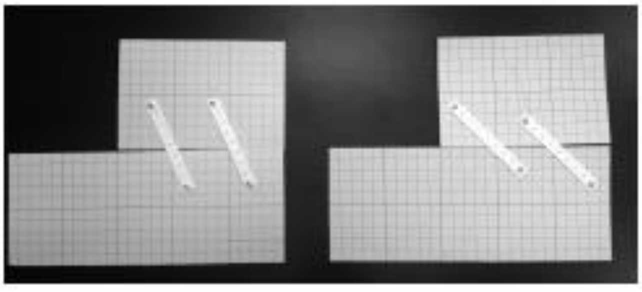
図1


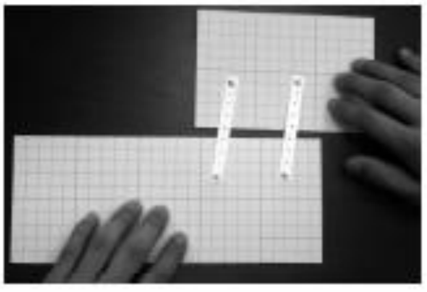
② 図2のように，下の段に点Gをとり，そこにもう1本のアームを取り付ける。

図2


③ 図3のように，点Eを中心としFGの長さと等しい半径の円をかく。そして点Gを中心としてアームを回転させ，円と重なった点Hにこのアームを取り付ける。

図3


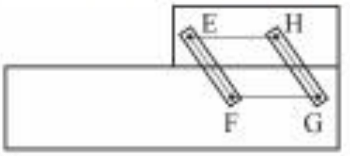




【留意点】

○　アームを取り付けた部分を平行四辺形ととらえる過程と平行四辺形になるための条件をアームの取り付け方から見いだす過程を大切にする（2，3）。

3．アームを取り付けた部分を平行四辺形とみなして，平行四辺形になるための条件を調べる。



模型のアームの取り付けた部分を見てどんなことに気が付きましたか。

平行四辺形になりそうです。

四角形EFGHは，どうしていつも平行四辺形になるのかな。

２組の向かい合う辺がそれぞれ平行だからかな？

取り付け方では，平行になることは使っていなかったけど？

アームの取り付け方を見直してみましょう。

①で２本のアームの長さは等しいので，長さの等しい辺とみることができます。

③で穴の間隔が等しくなるように取り付けました。

4．平行四辺形になるための条件を用いて説明する。

四角形EFGHがどうして平行四辺形といえるかを説明してみましょう。

２組の向かい合う辺がそれぞれ等しいからだと思います。

平行四辺形になるための条件を使って説明できますね。ノートに書いてみましょう。

2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。

↓ 的確な説明に改める

2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形になる。

道具箱の上の段と下の段が平行に保たれている仕組みには，平行四辺形になるための条件が使われていますね。

5．他の例をあげ，水平がつくりだされている仕組みを確認する。

遊園地の乗り物

道具箱

ファイルの金具

アイロン台

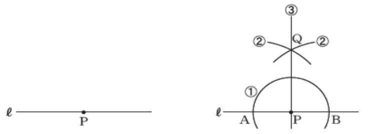
○　平行四辺形になるための条件を使って説明する際には，主部と述部を明確にする。
○　平行四辺形の性質を記述した生徒に対しては，平行四辺形になるための条件との違いを確認する。

4　次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) 直線ℓ上の点Pを通るℓの垂線を，下の①，②，③の手順で作図しました。

作図の方法

① 点Pを中心として，適当な半径の円をかき，ℓとの交点をそれぞれ点A，点Bとする。
② 点A，点Bを中心として，等しい半径の円を交わるようにかき，その交点の1つを点Qとする。
③ 点Pと点Qを通る直線をひく。



この作図の方法は，対称な図形の性質を用いているとみることができます。どのような性質を用いているといえますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア　点Aを対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。

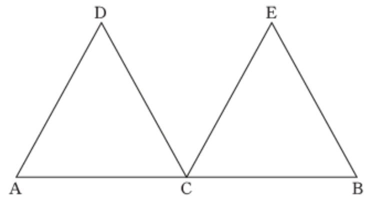
イ　点Bを対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。

ウ　点Qを対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。

エ　直線ABを対称軸とする線対称な図形の性質を用いている。

オ　直線PQを対称軸とする線対称な図形の性質を用いている。

(2) 下の図のように，線分ABの中点Cをとり，辺AC，辺CBをそれぞれ1辺とする正三角形DAC，正三角形BECをつくります。



正三角形DACを，点Cを中心として時計回りに回転移動して，正三角形BECにぴったり重ねるには，何度回転移動すればよいですか。その角度を求めなさい。

1　出題の趣旨

垂線の作図の方法を図形の対称性に着目して見直すことができるかどうかをみる。
回転移動の意味を理解しているかどうかをみる。

4　学習指導に当たって

平面図形の学習では，作図の方法を図形の対称性に着目して見直すことが大切である。また，観察，操作や実験を通して，図形の移動の意味を理解することも大切である。

①　作図の方法を見直し，その基になっている対称な図形の性質を理解できるようにする

基本的な作図では，図形の対称性や図形を決定する要素に着目して，その方法について考え，なぜその方法で作図できるのかを説明することが大切である。そのためには，作図の手順とその基になっている対称な図形の性質を理解することが必要である。

指導に当たっては，作図の方法を図形の対称性に着目して見直すことができるようにすることが大切である。その際，対称軸を取り違えたり，線対称と点対称を混同したりしている生徒がいると考えられるので，作図の手順に基づいて線対称と点対称の意味を確認する場面を設定することが大切である。例えば，設問(1)においては，**作図の方法**①からPA＝PB，**作図の方法**②からQA＝QBであることを基にして，△QABが二等辺三角形であることを確認し，直線PQを対称軸とする線対称な図形を作図したと捉えられるようにすることが考えられる。

②　図形の移動の意味を理解できるようにする

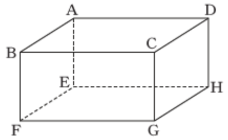
図形の移動の学習では，あるきまりにしたがって図形を他の位置に移すとき，その図形の構成要素もそのきまりにしたがって移ることを理解することが大切である。

指導に当たっては，ある図形を紙で作って実際に移動させたりコンピュータを利用して移動させたりするなどして，図形の平行移動，対称移動，回転移動を視覚的に理解できるようにすることが大切である。また，移動前と移動後の図形の関係を考察することで，それぞれの移動の性質を見いだすことができるようにすることも大切である。例えば，平行移動では，移動前と移動後の図形を比べると，対応する辺が平行になっているという性質を見いだすことができる。

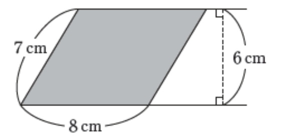
さらに，移動前と移動後の図形は合同であることから，２つの図形の構成要素の対応関係を捉え，一方を他方に重ねるにはどのようにしたらよいかを考察し，説明する場面を設定することも大切である。

5　次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

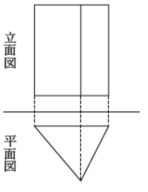
(1) 下の図のような直方体があります。四角形CGHDの4つの辺CG，GH，DH，CDのうち，辺BFとねじれの位置にある辺をすべて書きなさい。

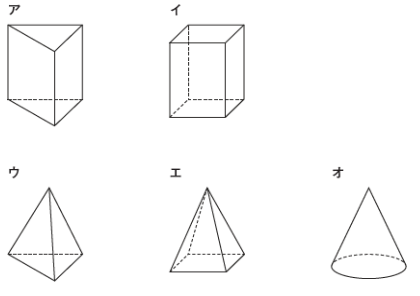


(2) 底面が下の図のような平行四辺形で，高さが10cmの四角柱があります。この四角柱の底面積と体積を求めなさい。

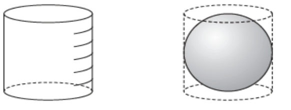


(3) 右の図は，ある立体の投影図で，正面から見た図(立面図)と真上から見た図(平面図)で表したものです。この立体の見取図が下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。

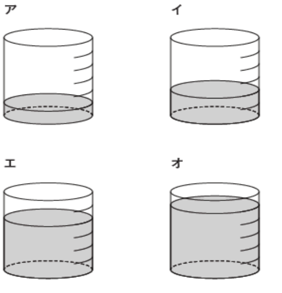




(4) 下の図のように，底面の直径と高さが等しい円柱の容器と，この円柱の容器にぴったり入る球があります。この円柱の容器には，高さを6等分した目盛りがついています。



この円柱の容器に，球の体積と同じ量の水を入れます。このとき，下のアからオまでの中に，球の体積と同じ量の水を表している図があります。正しいものを1つ選びなさい。



1　出題の趣旨

空間における直線と直線との位置関係について理解しているかどうかをみる。
柱体の底面積と体積を求めることができるかどうかをみる。
与えられた投影図から空間図形をよみとることができるかどうかをみる。
球の体積について理解しているかどうかをみる。

4　学習指導に当たって

空間図形の学習では，身の回りにあるものや模型などを用いた観察，操作や実験を通して，空間図形に対する直観的な見方や考え方を深めることが大切である。

①　空間における直線や平面の位置関係を理解できるようにする

空間図形の学習では，空間における直線や平面の位置関係を理解することが大切である。例えば，直線と直線との位置関係を調べるには，２つの直線が交わるか交わらないかを調べたり，同一平面上にあるかどうかを調べたりすることが必要である。

指導に当たっては，２直線がねじれの位置にあるかどうかは，それらが同じ平面上にないこと，すなわち，平行でなく交わらないことを示せばよいことを理解できるようにすることが必要である。そして，このことに基づいて空間における２直線がねじれの位置にあるかどうかを調べる活動を取り入れることが大切である。例えば，設問(1)では，直方体の見取図において，直線BFと平行な直線はAE，DH，CGであり，直線BFと交わる直線はBA，BC，FE，FGであるから，直線BFとねじれの位置にある直線はAD，EH，CD，GHであると判断できるようにすることが考えられる。

② 柱体の体積の求め方を理解し，体積を求めることができるようにする

柱体の体積の学習では，全ての柱体の体積は，（底面積）×（高さ）で求められることを理解し，底面と高さを捉え，情報を適切に選択して体積を求めることが大切である。

指導に当たっては，柱体は，その底面の図形を高さの分だけ底面に垂直な方向へ平行に移動することによって構成される立体であるという見方と関連させて，柱体の体積の求め方の理解を深める場面を設定することが考えられる。

③ 空間図形を投影図に表したり，投影図から空間図形をよみとったりできるようにする

投影図の学習では，自分で視点を決めて空間図形を投影図に表現したり，投影図から空間図形をよみとったりできることが大切である。

指導に当たっては，例えば，円柱を投影図に表すと**図１**や**図２**のようになる場合があるが，**図１**は直方体の投影図にもなることを取り上げて，**図２**のように底面の形が表れる投影図をかけばよいことを理解できるようにすることが大切である。また，設問(3)の投影図がどのような空間図形を表しているかをよみとる場面を設定して，立面図が四角形で，平面図が三角形であることから，投影図が表している空間図形は三角柱になることを判断できるようにすることが大切である。

図１

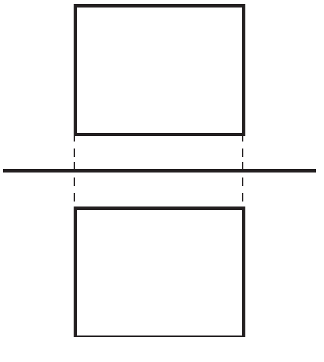
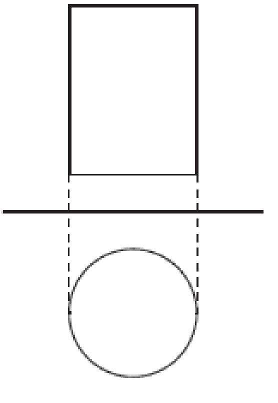


図２



④　球の体積を実感を伴って理解できるようにする

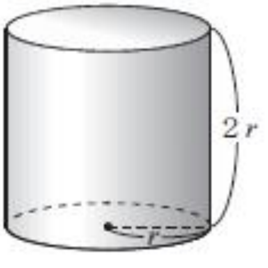
球の体積の求め方や公式を，単に覚えるだけではなく，実感を伴って理解できるようにすることが大切である。

指導に当たっては，球の体積は，それがぴったり入る円柱の体積との関係を予想し，その予想が正しいかどうかを模型を用いたり，実験による測定を行ったりして確かめるなど，実感を伴って理解できるような場面を設定することが考えられる。例えば，半球形の容器に入った水を，それがぴったり入る円柱の容器に移す方法などがある。



また，球がぴったり入る円柱（**図１**），その球（**図２**），底面が円柱の底面と合同で高さが等しい円錐（**図３**）のそれぞれの体積の比が，３：２：１になっていることを実験や公式から捉え，理解を深められるようにすることが考えられる。

図１

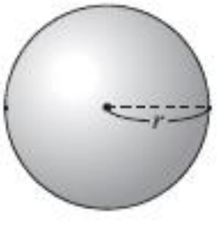


$V=\pi r^2 \times 2r$

$=2\pi r^3$

$=\dfrac{2}{3}\pi r^3 \times 3$

図２



$V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$

$=\dfrac{2}{3}\pi r^3 \times 2$

図３

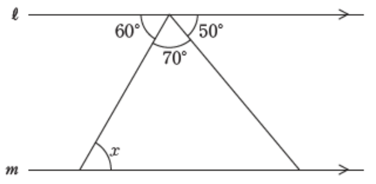
$V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 \times 2r$

$=\dfrac{2}{3}\pi r^3$

$=\dfrac{2}{3}\pi r^3 \times 1$

6　次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 下の図で，直線 ℓ，m は平行です。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(2) 図１のように五角形の外側に点Ｐをとり，図２の六角形をつくると，頂点Ｐにおける内角は120°になりました。

図１

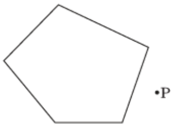


図２

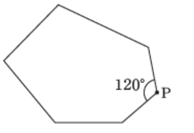


図２の六角形の内角の和は，図１の五角形の内角の和と比べてどうなりますか。下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　図２の六角形の内角の和は，図１の五角形の内角の和より120°大きくなる。

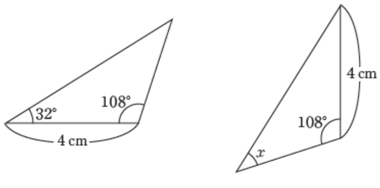
イ　図２の六角形の内角の和は，図１の五角形の内角の和より180°大きくなる。

ウ　図２の六角形の内角の和は，図１の五角形の内角の和より360°大きくなる。

エ　図２の六角形の内角の和は，図１の五角形の内角の和と変わらない。

オ　図２の六角形の内角の和が，図１の五角形の内角の和と比べてどうなるかは，問題の条件だけでは決まらない。

(3) 下の図のような合同な２つの三角形があります。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



1　出題の趣旨

平行線や角の性質を用いて，角の大きさを求めることができるかどうかをみる。
多角形の内角の和の性質を理解しているかどうかをみる。
合同な図形の対応する角の大きさを求めることができるかどうかをみる。

4　学習指導に当たって

平行線における同位角や錯角の性質，多角形の内角や外角の和の性質，合同な図形の対応する辺や角の性質などの基本的な性質を，図形の性質を考察する際に活用することが大切である。

①　１組の平行線に直線が交わってできる角の性質を理解できるようにする

平行な２直線に１直線が交わってできる角について，同位角や錯角の位置関係を正しく捉え，それらが等しくなることを理解することが大切である。

指導に当たっては，平行な２直線に１直線が交わっている場面をいくつか取り上げ，交わってできる角の位置関係を捉えたり，大きさを測定したりする活動を通して，同位角や錯角が等しくなることを実感を伴って理解できるようにすることが大切である。

② 多角形の内角の和の性質を理解できるようにする

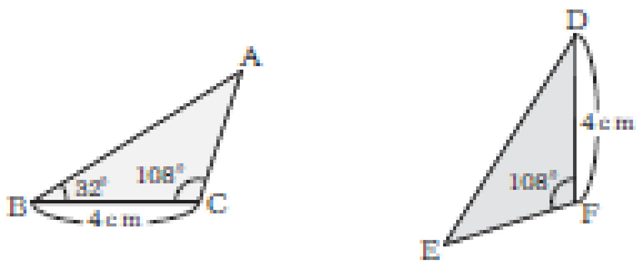
多角形の内角の和の学習では，多角形の内角の和の性質として，頂点の数が１つ増えると内角の和が180°増えることを理解することが大切である。

指導に当たっては，四角形，五角形，六角形，…をいくつかの三角形に分けて内角の和を調べ，表にまとめるなどして，多角形の頂点や辺の数が１つ増えると内角の和が180°増えることを見いだすことができるようにすることが大切である。さらに，下の図のように，多角形と三角形を用意し，付けたり離したりして，内角の和が三角形の内角の和の分だけ増えたり減ったりすることを理解できるようにすることが考えられる。

③ 合同な図形の対応する辺や角について理解できるようにする

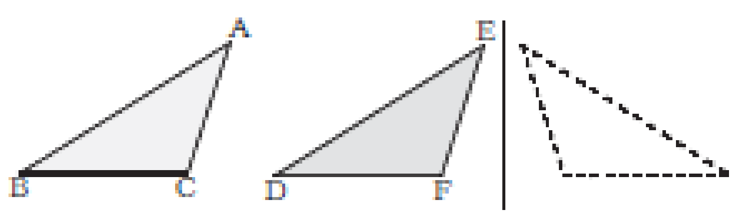
合同な図形は，一方の図形を移動して他方の図形に重ねることができること，及び，２つの図形の対応する線分と対応する角がすべて等しいことを理解することが大切である。

指導に当たっては，例えば，設問(3)のような２つの三角形を用意し，相等関係が見いだされている辺や角に着目し，対応する辺や角が明らかになるような位置に三角形を移動する場面を設定することが大切である。その際，三角形を裏返す移動が対称移動であることなど，図形の移動の学習と関連付けて指導することも考えられる。



辺DFと辺BCの長さが等しいことに着目し，辺DFが辺BCと平行になるように，△DEFを点Fを中心として回転移動する。

辺DFと垂直に直線をひき，この直線を対称軸として△DEFを対称移動する。

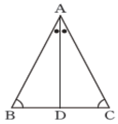


7　次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1)「２つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である」ことを次のように証明しました。

証明

∠Bと∠Cが等しい△ABCで，
∠Aの二等分線と辺BCとの交点をDとする。
△ABDと△ACDにおいて，
仮定から，　∠B＝∠C　　　……①
ADは∠Aの二等分線だから，
∠BAD＝∠CAD　　　……②
三角形の内角の和が180°であることと，
①，②から，
∠ADB＝∠ADC　　　……③
共通な辺だから，
AD＝AD　　　……④
②，③，④より，$\boxed{}$から，
△ABD≡△ACD
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
AB＝AC
したがって，２つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である。



上の証明の$\boxed{}$に当てはまる合同条件を，下のアからオまでの中から１つ選びなさい。

ア　３辺がそれぞれ等しい

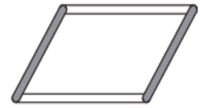
イ　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい

オ　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

(2) 長さの等しい２本の棒を２種類用意して，右の図のように組み合わせます。このときできる四角形は，いつでも平行四辺形になります。
　この四角形がいつでも平行四辺形になることの根拠となることがらが，下のアからオまでの中にあります。正しいものを１つ選びなさい。



ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形は，平行四辺形である。

イ　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

ウ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

エ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は，平行四辺形である。

オ　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である。

1　出題の趣旨

証明をよみ，そこに用いられている三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。
平行四辺形になるための条件を理解しているかどうかをみる。

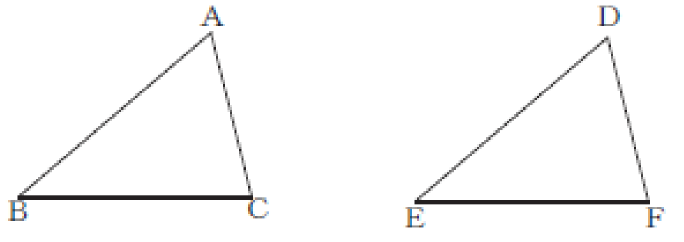
4　学習指導に当たって

三角形の合同条件を理解し，証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を指摘することが大切である。また，ある四角形が平行四辺形であることを判断する際に，平行四辺形になるための条件を根拠として用いることも大切である。

①　証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を指摘できるようにする

証明をよみ，２つの三角形について対応する辺や角の相等関係と位置関係を捉え，証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を指摘することが大切である。

指導に当たっては，三角形の合同条件を具体的な図に即して捉えることができるようにすることが必要である。例えば，下の合同な２つの三角形，△ABCと△DEFにおいて，三角形の合同条件「１辺とその両端の角がそれぞれ等しい」を考えるとき，次の３つの場合（(ⅰ)，(ⅱ)，(ⅲ)）があることを理解できるようにすることが考えられる。また，逆に，これらがいずれも三角形の合同条件「１辺とその両端の角がそれぞれ等しい」に当たることをよみとれるようにすることも考えられる。

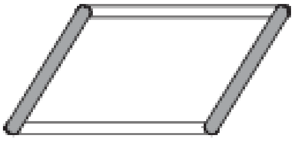


（ｉ）　BC＝EF，∠B＝∠E，∠C＝∠F
（ⅱ）　AC＝DF，∠A＝∠D，∠C＝∠F
（ⅲ）　AB＝DE，∠A＝∠D，∠B＝∠E

②　平行四辺形になるための条件を具体的な事象に当てはめて捉えられるようにする

ある四角形が平行四辺形であるかどうかを調べたり，確かめたりするときに，見た目で判断するのではなく，平行四辺形になるための条件を根拠として用いることが大切である。そのためには，日常的な事象を目的に応じて理想化したり単純化したりして，形や大きさ，位置関係に着目して観察し，その特徴を捉えることが必要である。

指導に当たっては，具体的な事象を観察して，それを図形として捉え，図形の特徴を考察する活動を取り入れることが考えられる。例えば，設問(2)では，長さの等しい２種類の２本の棒を辺とみなし，右図に示された４本の棒の組み合わせ方から向かい合った辺の長さが等しい四角形と捉えることができるようにする。その上で，捉えた四角形が平行四辺形であることを示すために，適切な平行四辺形になるための条件を指摘できるようにすることが考えられる。



8　ある学級で，「三角形の外角の和は360°である」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。

①

右の図の△ABC で，

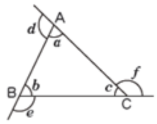
$\angle d = 180^\circ - \angle a$

$\angle e = 180^\circ - \angle b$

$\angle f = 180^\circ - \angle c$

また，三角形の内角の和は180°であるから，

$\angle a + \angle b + \angle c = 180^\circ$



したがって，

$$\begin{aligned}\angle d + \angle e + \angle f &= (180^\circ - \angle a) + (180^\circ - \angle b) + (180^\circ - \angle c)\\ &= 540^\circ - (\angle a + \angle b + \angle c)\\ &= 540^\circ - 180^\circ\\ &= 360^\circ\end{aligned}$$

よって，三角形の外角の和は360°である。

②

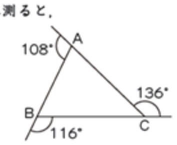
右の図の△ABC で，

各頂点における外角の大きさをそれぞれ測ると，

頂点Aの外角の大きさは108°，

頂点Bの外角の大きさは116°，

頂点Cの外角の大きさは136°である。



したがって，それらの和を計算すると，

$108^\circ + 116^\circ + 136^\circ = 360^\circ$

よって，三角形の外角の和は360°である。

どんな三角形でも外角の和は360°であることの証明について，正しく述べたものが下のアからオまでの中にあります。それを1つ選びなさい。

ア　①も②も証明できている。

イ　①は証明できており，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

ウ　①は証明できているが，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても証明したことにならない。

エ　①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

オ　①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが，②はそれでも証明したことにはならない。

1　出題の趣旨

証明の意義を理解しているかどうかをみる。

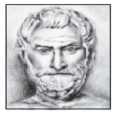
3　学習指導に当たって

①　帰納と演繹の違いを理解し，証明の意義についての理解を深められるようにする

帰納的な方法は，特別な場合についての観察，操作や実験などの活動に基づいて，それらを含んだより一般的な結果を導き出す方法であるが，導かれた事柄はいつも成り立つとは限らない。このような帰納的な方法の役割と限界を理解するとともに，演繹的な推論による証明は事柄がいつも成り立つことを明らかにする方法であることを理解することが大切である。

指導に当たっては，演繹的な推論による証明だけでなく帰納的な方法も取り入れ，それぞれのもつ役割を理解できるようにすることが大切である。例えば，本問題を使って授業を行う場合，いくつかの三角形について外角の和が360°であることを帰納的な方法で見いだし，それを他の三角形でも調べることで，その事柄が成り立つことの信頼性をさらに高めることができる。しかし，全ての三角形についてその事柄が成り立つかどうかを調べ尽くすことはできないことを確認し，演繹的な推論による証明が必要であることを理解できるようにすることが考えられる。また，多角形の外角の和が360°であることについても，帰納的な方法で見いだし，演繹的な推論による証明ができるようにすることが大切である。

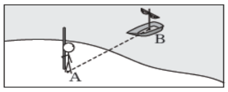
3　紀元前６世紀ごろの古代ギリシャで活躍した学者の１人に，タレスという人がいます。タレスは，次のようにして，陸上から直接測ることができない船までの距離を求めたといわれています。



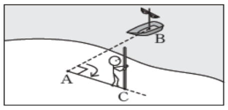
タレスの方法

◎陸上の点Ａから沖に停泊している船Ｂまでの距離を求める場合

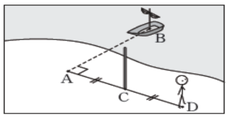
①　陸上の点Ａから船Ｂを見る。



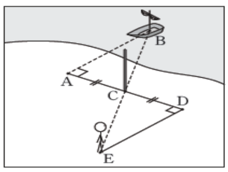
②　点Ａで体の向きを90°変え，距離を決めてまっすぐ歩いて棒を立て，その点をＣとする。



③　さらに同じ方向に点Ａから点Ｃまでの距離と同じだけまっすぐ歩いて立ち止まり，その点をＤとする。



④　点Ｄで点Ｃの方を向き，船Ｂとは反対側に体の向きを90°変える。そこからまっすぐ歩き，点Ｃに立てた棒と船Ｂが重なって見える点をＥとする。



⑤　点Ｄから点Ｅまでの距離を測る。

次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

（1）点Ａから船Ｂまでの距離を求めるために，タレスの方法では次のような考えが使われています。下の $\boxed{}$ に当てはまる記号を書きなさい。

> 線分ＡＢの長さを直接測ることができないので，△ＡＢＣと合同な△ＤＥＣをつくり，線分ＡＢの長さを線分 $\boxed{}$ の長さに置きかえて求める。

（2）タレスの方法で点Ａから船Ｂまでの距離を求めることができるのは，△ＡＢＣと△ＤＥＣが合同であるからです。下線部を証明するための根拠となることがらを，三角形の合同条件を用いて書きなさい。

（3）タレスの方法では，∠BACと∠EDCの大きさを90°にしています。下のアからエは，この∠BACと∠EDCの大きさについて述べたものです。正しいものを１つ選びなさい。

ア　∠BACと∠EDCがどちらも90°のときだけ，△ABC≡△DECを利用して船までの距離を求めることができる。

イ　∠BAC＝∠EDCであれば，90°にしなくても，△ABC≡△DECを利用して船までの距離を求めることができる。

ウ　∠BACを90°にすれば，∠EDCを何度にしても，△ABC≡△DECを利用して船までの距離を求めることができる。

エ　∠BACと∠EDCの大きさを等しくしなくても，△ABC≡△DECを利用して船までの距離を求めることができる。

1　出題の趣旨

与えられた情報をよみ，次のことができるかどうかをみる。
- 事象を数量や図形に着目して観察し，その特徴を的確に捉えること
- 事象を数学的に解釈し，成り立つ事柄の特徴を数学的に説明すること
- 問題解決の方法を振り返って，発展的に考えること

4　学習指導に当たって

実生活の場面では，日常的な事象を図形に着目して観察し，図形の性質を用いて事象の特徴を的確に捉えることが必要になることがある。その際，事象の特徴を数学的な表現を用いて説明することが大切である。また，事象を数学的に解釈し，問題解決に数学を活用することも大切である。そうすることを通して，生徒が問題解決の方法を振り返って，発展的に考えることができるようになると期待できる。

①　日常的な事象を図形に着目して観察し，その特徴を的確に捉えられるようにする

実生活における日常的な事象を，形や大きさ，位置関係に着目して観察し，その特徴を捉えることが大切である。そのように図形に着目して観察することで，図形の性質を用いて事象の特徴をより的確に捉えたり，問題を解決したりすることができるようになる。

指導に当たっては，日常的な事象を観察して，図形やその要素の関係を見いだし，図形の条件や性質としてその特徴を捉えることができるようにすることが大切である。例えば，本問題のタレスの方法にそってノートに図をかき，点Ｄから点Ｅまでの距離を測ればよい理由について話し合う活動を通して，２つの三角形が合同であることを利用しているというタレスの方法の特徴を捉えることができるようにすることが考えられる。

② 事象を数学的に解釈し，問題解決に数学を活用できるようにする

日常的な事象についての問題解決では，事象を数学の問題として捉えることによって，数学の知識・技能，見方や考え方を活用できるようになることが大切である。

指導に当たっては，日常的な事象の特徴を数学的に考察する場面において，そこで用いられている見方や考え方に着目できるようにすることが大切である。例えば，本問題を使って授業を行う際には，直接測りにくい部分の長さを求めるために，三角形の合同を用いて直接測りやすい部分に置き換えるという考え方を用いていることを確認する機会を設定することが考えられる。具体的には，線分ABの長さは直接測りにくいことを確認し，タレスの方法では，この長さを求めるためにどのような工夫をしているかについて話し合うことを通して，線分ABを直接測りやすい線分DEに置き換えていることを理解できるようにすることが考えられる。

このような学習を通して，様々な日常的な事象を数学的に捉えようとする意欲や態度を養うことが大切である。

③ 事象の特徴を的確に捉え，数学的に説明できるようにする

日常的な事象の特徴を，数量や図形に着目して見いだし，数学的な表現を用いて説明することが大切である。その際，前提に当たる部分（主部）と，それによって説明される結論（述部）を明確にすることが大切である。

指導に当たっては，日常的な事象を数学的に考察する場面において，事象の観察を通して見いだした事柄を，記述したり発表したりする活動を取り入れることが考えられる。例えば，設問(2)で，まず，タレスの方法では，「$\angle A=\angle D$，$AC=DC$，$\angle ACB=\angle DCE$」としていることを確認する。次に，そのようにするとなぜ「$\triangle ABC\equiv\triangle DEC$」といえるのかを話し合う場面を設定することが考えられる。その際，このことの根拠となる事柄として「１辺とその両端の角がそれぞれ等しい。」と前提に当たる部分を説明するだけでなく，「１辺とその両端の角がそれぞれ等しい２つの三角形は，合同である。」と説明できるようにすることが大切である。

④ 問題解決の方法を振り返って，発展的に考えることができるようにする

数学を活用して問題を解決する場面では，問題を解決するだけでなく，問題解決の方法を振り返り，より一般的な方法を考えることが大切である。このことを通して，生徒が問題解決の方法を振り返って，発展的に考えることができるようになると期待できる。

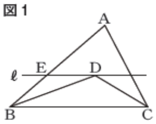
指導に当たっては，例えば，設問(3)のように，$\triangle ABC$と$\triangle DEC$が合同になるための$\angle BAC$と$\angle EDC$の条件に着目することによって，$\angle BAC$と$\angle EDC$を等しくしておけば十分であり，タレスの方法のように90°にする必要がないことを理解できるようにすることが考えられる。このように問題解決に用いた条件を明らかにしたり，その条件を変えて考察したりすることを通して，問題場面への理解を深め，問題解決の方法を評価・改善する態度を養うことが期待できる。

4　次の問題は，下のように証明できます。

問題

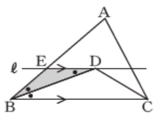
　図１のように，△ABCにおいて∠ABCの二等分線と∠ACBの二等分線をひき，それらの交点をDとします。点Dを通り辺BCに平行な直線ℓをひき，直線ℓと辺ABとの交点をEとします。
　このとき，EB＝EDとなることを証明しなさい。

図１



証明

△EBDにおいて，
仮定から，　∠DBC＝∠EBD　……①
ED // BCで，平行線の錯角は等しいから，
　　　　∠DBC＝∠EDB　……②
①，②より，∠EBD＝∠EDB
２つの角が等しいから，△EBDは二等辺三角形である。
二等辺三角形は２辺が等しい三角形であるから，
　　　　EB＝ED



次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

（1）上の証明の「仮定から，∠DBC＝∠EBD　……①」における「仮定」を，下のアからエまでの中から１つ選びなさい。

ア　BDは∠ABCの二等分線である。

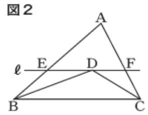
イ　CDは∠ACBの二等分線である。

ウ　直線ℓは点Dを通り辺BCに平行な直線である。

エ　EB＝EDである。

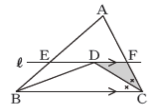
（2）図２のように，図１の直線ℓと辺ACとの交点をFとします。このとき，FC＝FDとなることを，△FCDが二等辺三角形であることから証明できます。
　前ページの証明を参考にして，FC＝FDとなることの証明を完成しなさい。

図２



証明

△FCDにおいて，



二等辺三角形は２辺が等しい三角形であるから，
　　　FC＝FD

（3）△EBDと△FCDが二等辺三角形であることから，EB＝ED，FC＝FDであることを証明できます。
　EB＝ED，FC＝FDであることをもとにすると，図２において，△AEFの周の長さと等しいものがあることが分かります。それを下のアからオまでの中から１つ選びなさい。

ア　AE＋AF

イ　AE＋AC

ウ　AB＋AF

エ　AB＋AC

オ　DB＋DC

1　出題の趣旨

　図形についての証明をよみ，次のことができるかどうかをみる。
・証明を振り返り，類似の場面で証明すること
・証明を振り返り，新たな性質を見いだすこと

4　学習指導に当たって

　証明の学習においては，単に証明をするだけでなく，証明をよみ，証明で用いられている根拠となる事柄を明確に捉えること，証明のしくみを捉え，類似の場面で証明できること，さらに，証明した図形の性質を根拠にして，新たな性質を見いだすことが大切である。

①　証明で用いられている根拠となる事柄を明確に捉えられるようにする

　証明の学習においては，証明を書くこととともに，証明をよむことも大切である。証明をよむ際には，証明で用いられている根拠となる事柄を明確に捉えることが大切である。
　指導に当たっては，証明で用いられている根拠となる事柄が問題の条件や既習事項などのどれに当たるかを確認する場面を設定することが大切である。例えば，設問(1)においては，証明の中の「仮定から，∠DBC＝∠EBD」について「仮定」が問題のどの部分に当たるかを問い，それが「△ABCにおいて，∠ABCの二等分線と∠ACBの二等分線をひき，それらの交点をDとします。」であることを確認する場面を設定することが考えられる。その際，問題や証明で記述されていることを図と照らし合わせて確認することも大切である。

②　証明のしくみを捉え，類似の場面で証明できるようにする

証明の学習においては，与えられた証明を振り返って考えることで，そのしくみを捉え，類似の場面で証明することが大切である。そのためには，解決しようとする問題場面がもとの問題場面とどのような点で類似しているか，また，与えられた証明では仮定から結論がどのように導かれているかを理解することが必要である。

指導に当たっては，まず，２つの問題場面の類似性を考察する機会を設定することが考えられる。例えば，設問(2)において，△FCDは△EBDと同様に作図されていること，導かれる結論FC＝FDはもとの問題の結論EB＝EDと同様に三角形の２辺の相等関係を示していることを捉えられるようにすることが大切である。

次に，仮定から結論がどのように導かれているかを理解するために，根拠としてどのような性質や関係が用いられているか，結論を導くためにどのような条件や根拠が用いられているかなどを確認する活動を取り入れることが考えられる。例えば，本問題の結論EB＝EDを導くために，△EBDの２つの角が等しいことに着目して，二等辺三角形であることを示していることや，２つの角が等しいことを導くために，仮定や平行線の性質を用いていることを確認することが考えられる。

③　証明した図形の性質を根拠にして，新たな性質を見いだすことができるようにする

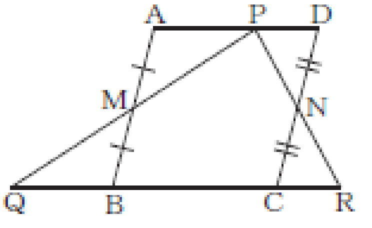
証明の学習においては，与えられた図形の性質の証明をするだけではなく，その過程や結果を振り返り，新たな性質を見いだすことが大切である。その際には，証明で用いられている根拠となる事柄を基にしたり，証明した図形の性質を基にしたりして新たな性質を見いだすことが考えられる。

指導に当たっては，証明で用いられている根拠となる事柄や証明の結論に着目し，新たな性質を見付けることができないかを考える機会を設定することが大切である。例えば，次のように，三角形の合同を用いて２つの線分の長さが等しいことを証明をした後に，その過程や結果を振り返り，新たな性質を見いだす場面を設定することが考えられる。

<問題>

右の図で，四角形ABCDは平行四辺形で，点M，Nをそれぞれ辺AB，DCの中点とする。辺AD上に点Pをとり，辺PM，PN，BCを延長して，△PQRをつくる。

このとき，AP＝BQ，PD＝RCとなることを証明しなさい。



<証明を振り返り，新たな性質を見いだす場面>

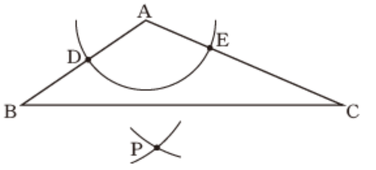
AP＝BQ，PD＝RCとなることは，△AMP≡△BMQ，△DNP≡△CNRから証明できる。

これらのことから新たに見いだすことができる性質は，

2AD＝QR，2MN＝QR，△PQR＝▱ABCDである。

4　次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 次の図の△ABCにおいて，下の①，②，③の手順で直線APを作図します。



① 頂点Aを中心として，辺AB，辺ACの両方に交わる円をかき，その円と辺AB，辺ACとの交点をそれぞれ点D，点Eとする。

② 点D，点Eを中心として，互いに交わるように等しい半径の円をかき，その交点の1つを点Pとする。

③ 頂点Aと点Pを通る直線をひく。

上の①，②，③の手順によって作図した直線APについて，△ABCがどんな三角形でも成り立つことがらが，下のアからエまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。

ア　直線APは，頂点Aを通り直線BCに垂直な直線である。

イ　直線APは，頂点Aと辺BCの中点を通る直線である。

ウ　直線APは，直線BCに平行な直線である。

エ　直線APは，∠CABの二等分線である。

A４設問(１)　　正答率58.2%

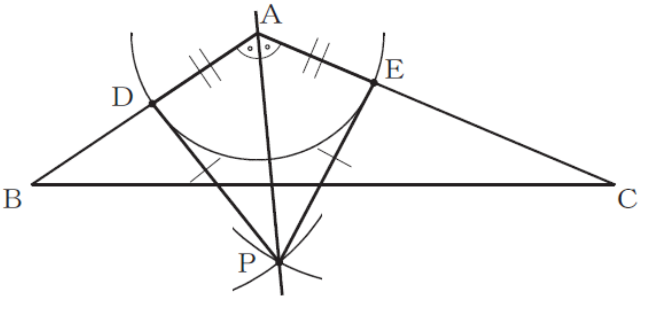
趣旨

角の二等分線の作図の方法について理解しているかどうかをみる。

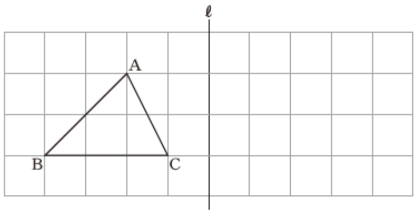
学習指導に当たって

○　基本的な作図の学習では，手順に沿ってかくだけでなく，かかれた図形の特徴を作図の方法に基づいて捉え，何が作図できたのかを理解することが大切である。

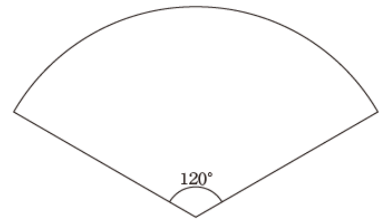
　例えば，本設問では，頂点Aと点Pを通る直線をひいた後，辺BCとの関係などを見た目で判断するのではなく，線分DP，EPをひいて四角形ADPEが線対称な図形であることや△ADPと△AEPが合同であることに着目するなど，図形の性質と関連付けて，作図された図形の特徴を考察する活動を取り入れることが考えられる。



（２）下の図の△ABCを，直線 ℓ を軸として対称移動した図形を，解答用紙の方眼を利用してかきなさい。



（３）次の図のような中心角120°のおうぎ形があります。このおうぎ形の面積は，同じ半径の円の面積の何倍ですか。下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。



ア　$\frac{1}{6}$倍　　イ　$\frac{1}{3}$倍　　ウ　$\frac{1}{2}$倍　　エ　$\frac{2}{3}$倍　　オ　$\frac{5}{6}$倍

Ａ４設問（２）　正答率82.3%

趣旨

対称移動した図形をかくことができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　図形の移動の意味を的確に理解し，移動前と移動後の２つの図形の関係を調べることが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，△ABCを移動する際，どのように移動すればよいかを意識し，「直線 ℓ を軸として対称移動する。」といったように言葉で表現する活動を取り入れるなど，用語の意味と実際に移動する操作を結び付けて理解できるように指導することが考えられる。

また，そのような操作を振り返り，移動前と移動後の２つの図形について，対応する頂点を結んで対称の軸との関係を調べるなど，移動前と移動後の図形の関係を的確に捉えることができるようにすることが考えられる。その際，平行移動した場合と比較し，共通点や相違点を話し合う活動を取り入れることも大切である。

Ａ４設問（３）　正答率70.6%

趣旨

扇形の面積がその中心角の大きさに比例することを理解しているかどうかをみる。

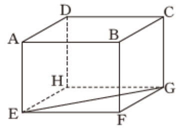
学習指導に当たって

○　扇形の弧の長さや面積がその中心角の大きさに比例することの理解を深めることが大切である。

指導に当たっては，半径を一定にして中心角が様々な大きさの扇形の弧の長さや面積を調べる活動を通して，扇形の弧の長さや面積がその中心角の大きさに比例し，扇形の中心角と360°の比によって捉えられることを確認して，扇形の弧の長さと面積の公式の意味を振り返る機会を設定することが考えられる。

5　次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) 右の図のような直方体があります。EGは長方形EFGHの対角線です。このとき，∠AEGの大きさについてどのようなことがいえますか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



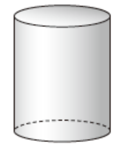
ア　∠AEGの大きさは，90°より大きい。

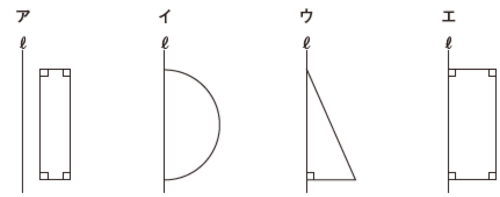
イ　∠AEGの大きさは，90°より小さい。

ウ　∠AEGの大きさは，90°である。

エ　∠AEGの大きさが90°より大きいか小さいかは，問題の条件だけでは決まらない。

(2) 右の図の円柱は，ある平面図形を直線のまわりに1回転させてできる立体とみることができます。直線 ℓ を軸として1回転させると，この円柱ができる図形が，下のアからエまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。





A５設問(１)　正答率62.5%

趣旨

直方体における辺と面に含まれる直線との位置関係を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　空間における直線や平面の位置関係を見取図から的確に読み取ることが大切である。
　例えば，面が透明な模型や骨組みだけの模型などで対角線EGを作り∠AEGの大きさを調べたり，その模型で調べたことを見取図でも確認したりする活動を取り入れることが考えられる。

A５設問(２)　正答率87.8%

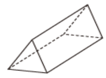
趣旨

回転体がどのように構成されるかを理解しているかどうかをみる。

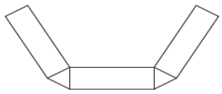
学習指導に当たって

○　平面図形の運動によって空間図形が構成されているとみることが大切である。
　例えば，実際に長方形や直角三角形などの平面図形を，その１辺を軸として回転するなどの観察，操作や実験を通して回転体についての理解を深めることが考えられる。また，コンピュータなどを利用することによって，面や線の運動について視覚的に捉えることが考えられる。その上で，平面図形の運動によって構成された空間図形の見取図からもとの平面図形について調べるなど，もとの平面図形とそれを運動させてできた空間図形との関係を双方向から捉えることができるように指導することが考えられる。

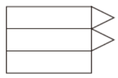
（3）右の図のような立体があります。折り曲げて組み立てると，この立体になるものが，下のアからエまでの中にあります。正しいものを１つ選びなさい。



ア

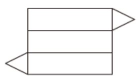


イ



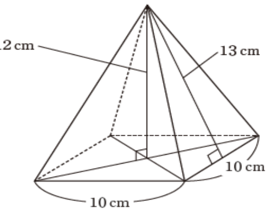
ウ

エ



（4）次の図のような正四角錐があります。この正四角錐の底面は，１辺の長さが 10 cm の正方形です。この正四角錐の高さは 12 cm，側面の三角形の高さは 13 cm です。

　このとき，この正四角錐の体積を求める式として正しいものを，下のアからエまでの中から１つ選びなさい。



ア　$10 \times 10 \times 12 \times \frac{1}{2}$

イ　$10 \times 10 \times 13 \times \frac{1}{2}$

ウ　$10 \times 10 \times 12 \times \frac{1}{3}$

エ　$10 \times 10 \times 13 \times \frac{1}{3}$

Ａ５設問(３)　正答率93.2%

趣旨

三角柱の展開図について理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　空間図形を展開図で表したり，展開図から空間図形の性質を読み取ったりすることが大切である。

　例えば，展開図からどのような立体が出来上がるか分からない場合には，実際に組み立ててみる活動を取り入れることが考えられる。さらに，立体を展開するとき，１つの辺を切り離すとその辺は展開図で２か所の辺として表されることを実際の操作で確認し，頂点の数，向かい合う面の関係，１つの頂点に集まる面の数など，展開図から空間図形の特徴を読み取ることで，展開図からもとの立体を生徒の頭の中で組み立てられるように指導することが考えられる。

Ａ５設問(４)　正答率63.1%

趣旨

正四角錐の体積の求め方を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

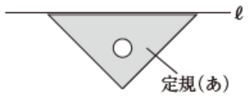
○　錐体の体積の求め方を，底面が合同で高さが等しい柱体の体積との関係で理解することが大切である。

　本設問を使って授業を行う際には，体積を求めるとともに，側面積や表面積を求める活動を取り入れることで，それぞれを求めるときに必要な情報を選び，それらを用いて体積や側面積などを求めることができるように指導することが考えられる。

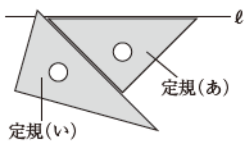
　また，本設問で選択肢アを選択した生徒（解答類型１）に対しては，四角錐の体積と底面が合同で高さが等しい直方体の体積との関係を，模型を用いたり，四角錐の容器に入った水を直方体の容器に移したりして比較することが考えられる。

6　次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

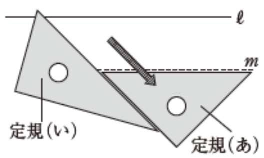
(1) 下の①，②，③の手順で，直線 ℓ に平行な直線 m をひきます。



① 直線 ℓ に合わせて，定規(あ)を置く。



② 定規(あ)に合わせて，定規(い)を置く。



③ 定規(い)を動かさずに，定規(あ)を定規(い)に沿って動かし，直線 m をひく。

上の①，②，③の手順では，直線 ℓ に対する平行な直線 m を，どのようなことがらを根拠にしてひいていますか。下のアからエまでの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　２直線に１つの直線が交わるとき，同位角が等しければ，２直線は平行である。

イ　２直線に１つの直線が交わるとき，錯角が等しければ，２直線は平行である。

ウ　１つの直線に垂直な２直線は平行である。

エ　１つの直線に平行な２直線は平行である。

Ａ６設問(１)　　正答率45.3%

趣旨

同位角が等しければ２直線は平行であることを理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　平行線と角についての性質を具体的な場面で捉えることが大切である。
　本設問を使って授業を行う際には，２枚の三角定規を動かして平行線をひいた後，動かした三角定規の１つの角に着目し，動かす前と後の位置がそれぞれ三角定規を使ってひいた２直線の同位角であることを見いだす活動を取り入れることが考えられる。その際，錯角にも触れ，同位角の定義とともに錯角の定義を確認する場面を設定することが考えられる。

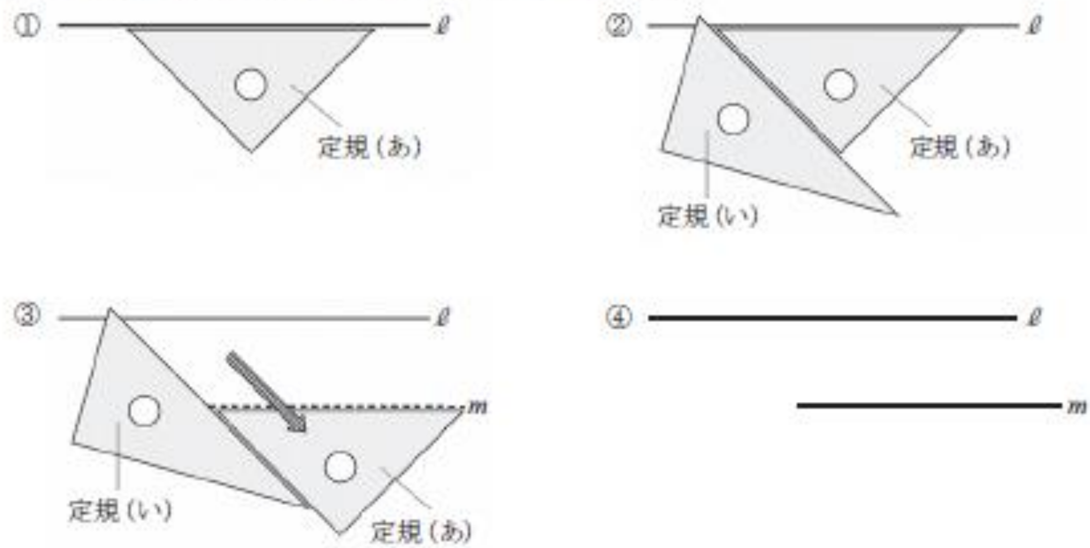
【指導の狙い】

三角定規を用いて平行線をひく操作の根拠となる事柄が，２直線が平行になるための条件であることを理解できるようにする。

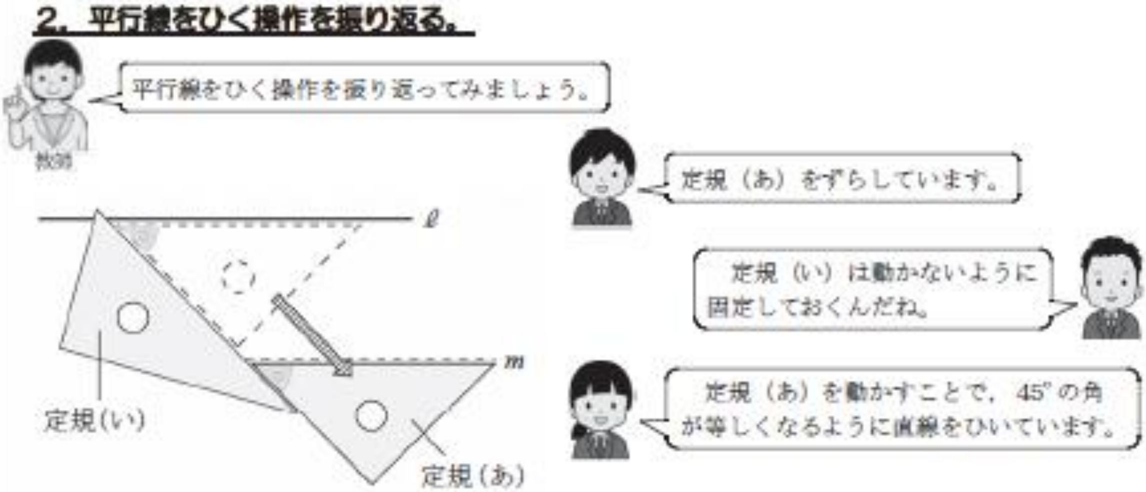
【授業アイディア例】

右の図のような，小学校のときに学習した三角定規を使った平行線のひき方で，平行線がひける理由を考えよう。

1．三角定規を使って，直線ℓに平行な直線mをひく。



2．平行線をひく操作を振り返る。



【留意点】

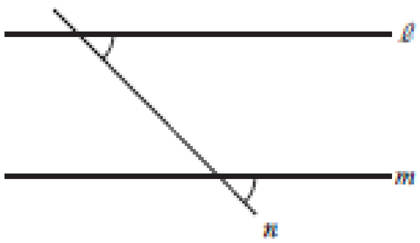
○　平行になることの根拠として，平行線の性質「平行な２直線に他の直線が交わったときにできる同位角は等しい。」を用いる生徒がいると考えられるので，平行線の性質と平行線になるための条件を適切に用いることができるようにすることが大切である。

3．平行線がひける理由を説明する。

角の大きさが45°で等しくなるように直線をひくと，どうして平行線になるのでしょうか。その理由を考えてみましょう。

大きさの等しい角ってどこにあるのかな。

大きさの等しい角を見えるようにするために，定規（い）の斜辺になっている直線 n をひいてみよう。



大きさの等しい角ができたね。

これは同位角かな。錯角かな。

２つの角は錯角ではなく同位角だね。

はじめに直線 ℓ にそえておいた定規（あ）を定規（い）の斜辺にそってずらし，角の大きさが変わらないようにして直線 m をひいたんだね。

この操作で平行線がひける理由をまとめてみましょう。

直線 ℓ に１本の直線 n を交わらせて，同位角が等しくなるように直線 m をひいているので，直線 ℓ と直線 m は平行になります。

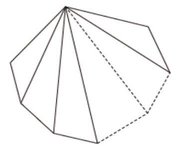
同位角を等しくすれば，２直線は平行になるね。

ここで根拠として用いられている図形の性質を確認してみましょう。

２直線に１つの直線が交わるとき，同位角が等しければ，２直線は平行である。

○　同位角と錯角について理解できていない生徒がいると考えられるので，同位角の定義とともに，錯角の定義を確認する場面を設定することが考えられる。

（２）下の図のように，n 角形は１つの頂点からひいた対角線によって，いくつかの三角形に分けられます。



このことから，n 角形の内角の和は $180°\times(n-2)$ で表すことができます。
この式の $(n-2)$ は，n 角形において何を表していますか。下のアからオまでの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　頂点の数

イ　辺の数

ウ　内角の数

エ　１つの頂点からひいた対角線の数

オ　１つの頂点からひいた対角線によって分けられた三角形の数

Ａ６設問(２)

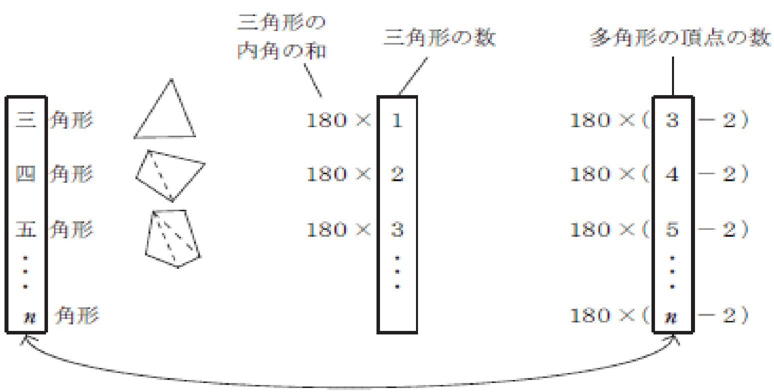
正答率46.9%

趣旨

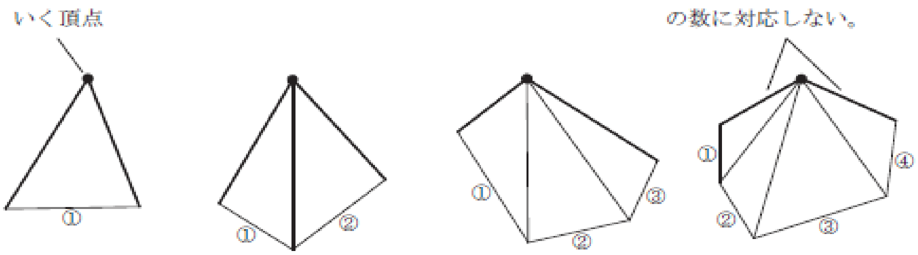
n 角形の内角の和を求める式 $180°\times(n-2)$ における $(n-2)$ の意味を理解しているかどうかをみる。

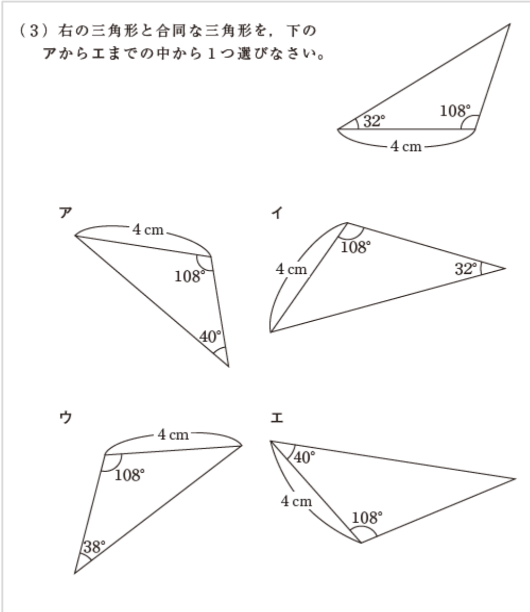
学習指導に当たって

○　多角形の内角の和を表す式の意味を理解することが大切である。
　例えば，多角形の内角の和を表す式を導く際に，下の図のように，分割してできる三角形の数をもとの多角形の辺や頂点の数などと対応させて数え上げることが考えられる。



○　式の意味を場面に即して読み取ることが大切である。
　本設問を使って授業を行う際には，本設問の図と n 角形の内角の和を表す式 $180°\times(n-2)$ を対応させることで，$(n-2)$ が１つの頂点からひいた対角線で分割された三角形の数を意味することを確認する活動を取り入れることが考えられる。その際，五角形や六角形など簡単な場合について，辺の数（または頂点の数，内角の数）と三角形の数の関係を調べることが考えられる。
　例えば，下の図のように，分割してできた三角形を辺に対応させ，辺の数で置き換えて数え上げ，対角線をひいている頂点から出ている２つの辺は三角形の数に対応しないことから，分割してできた三角形の数は辺の数より２少ないことを明らかにする場面を設定することが考えられる。





Ａ６設問(３)　　正答率68.4%

趣旨

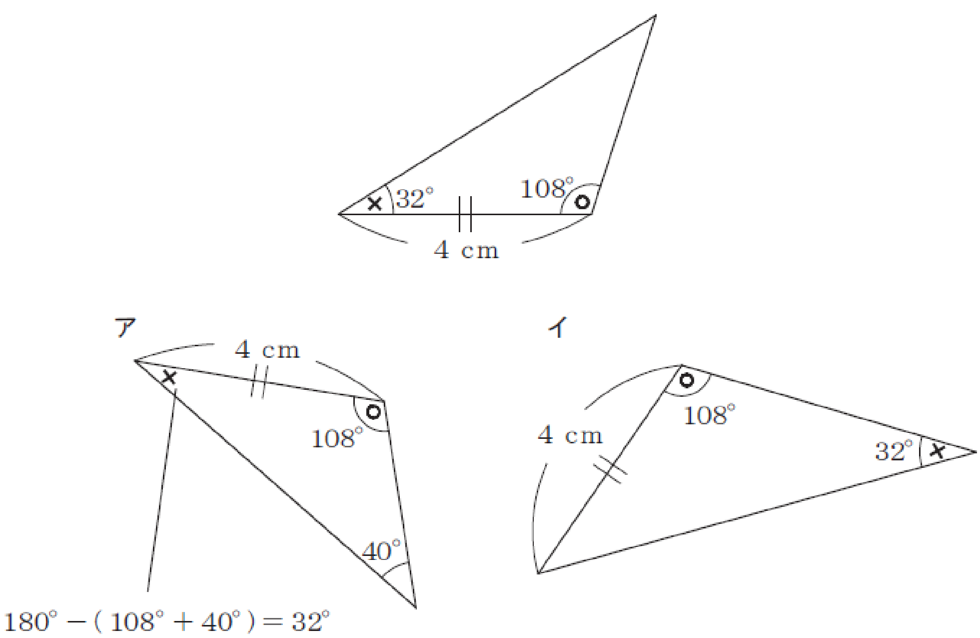
「１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」という三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　２つの三角形が合同であることを，合同条件を根拠として判断することが大切である。

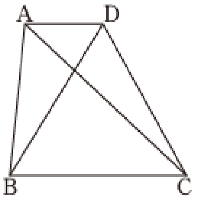
本設問を使って授業を行う際には，下の図のように２つの三角形が合同であることを判断するために，既に分かっている辺や角の相等関係を記号や印を使って表すことが考えられる。

また，相等関係が２つ分かっているときに，合同になるために必要な残り１つの相等関係を指摘するような活動を取り入れることも考えられる。アの三角形は，108°，40°が分かっているので，もう１つの角は，32°であることが導け，例えば×の印で表すことができる。このように，図に印を入れることで位置関係が明らかになり，三角形の合同条件が「１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」であることを確認し，これを根拠に判断すると，与えられた三角形とアは合同であり，イは合同ではないことが分かる。



7　右の図では，△ABCと△DBCの面積について，下のことがらが成り立ちます。

四角形ABCDで， AD // BCならば △ABC = △DBC



このことがらの逆を考えます。
ことがらの逆とは，そのことがらの仮定と結論を入れかえたものです。

下の　①　，　②　に当てはまるものを記号で表し，上のことがらの逆を完成しなさい。

四角形ABCDで， 　①　ならば　②

出題の趣旨

正答率73.1%

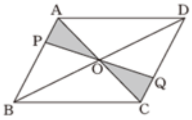
命題の仮定と結論を区別して，もとの命題の逆をつくることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　命題とその逆について理解し，命題の逆をつくることが大切である。
本問題を使って授業を行う際には，命題「四角形ABCDで，AD // BC ならば △ABC＝△DBC」について，その仮定と結論を入れかえて命題の逆をつくる場面を設定することが考えられる。その際，この命題の仮定「AD // BC」と結論「△ABC＝△DBC」を区別した上で，この命題の逆は，仮定と結論を入れかえたものであることを理解し，命題の逆「四角形ABCDで，△ABC＝△DBC ならば AD // BC」をつくることができるように指導することが考えられる。
また，平行四辺形の性質を基に平行四辺形になるための条件について考察する際にも，一方が他方の逆になっていることを理解する場面を設定することが考えられる。
さらに，命題の逆をつくることだけで終わりにせず，その真偽を確かめることや，命題とその逆を考えることを通して，問題を発展的に考えたり，理解を深めたりする活動を取り入れることが考えられる。

8　平行四辺形ABCDで，辺AB上に点Pをとり，Pと対角線の交点Oを通る直線をひき，その直線と辺CDとの交点をQとします。このとき，OP＝OQとなることを，ある学級では，下の図１をかいて証明しました。

図１

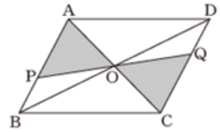


証明

△OPAと△OQCにおいて，
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，
AO＝CO　…①
平行線の錯角は等しいので，
∠PAO＝∠QCO　…②
対頂角は等しいので，
∠AOP＝∠COQ　…③
①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，
△OPA≡△OQC
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので，
OP＝OQ

この証明をしたあと，点Pの位置を図２のように変えました。このときも図１と同じようにOP＝OQとなるかどうかを考えてみたところ，下のアからエまでのような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

図２



ア　図２の場合も，OP＝OQであることは，すでに前ページの証明で示されている。

イ　図２の場合は，OP＝OQであることを，改めて証明する必要がある。

ウ　図２の場合は，OP＝OQであることを，それぞれの長さを測って確認しなければならない。

エ　図２の場合は，OP＝OQではない。

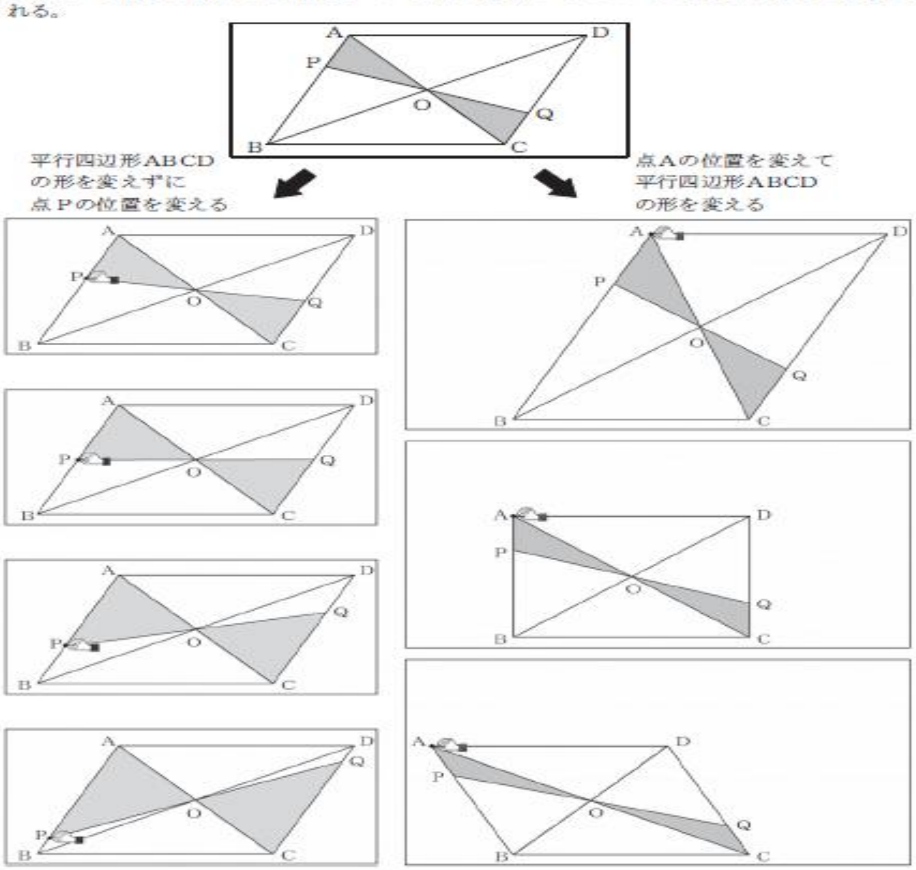
出題の趣旨

正答率65.6%

証明の意義を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

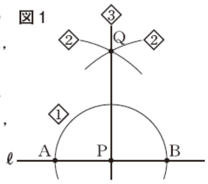
○　証明の必要性と意味についての理解を深めることが大切である。
本問題を使って授業を行う際には，下の図のように平行四辺形ABCDの形を変えずに点Pの位置を変えたり，平行四辺形ABCDの形を変えたりして条件に合う図を複数かき，どの場合でも結論が成り立つことを確かめたり，図が変わっても証明は変わらないことを確認したりする活動を取り入れることが考えられる。これらの活動を通して，条件が変わらなければ他の図で証明し直す必要がないことを理解できるように指導することが考えられる。
なお，これらの活動では，作図ツールを用いるなどコンピュータを利用することも考えられる。



4　直線 ℓ 上の点Pを通る ℓ の垂線は，下の**手順**①，②，③で，**図１**のように作図することができます。

手順① 点Pを中心として適当な半径の円をかき，直線 ℓ との交点を点A，点Bとする。
手順② 点A，点Bを中心として，等しい半径の円を交わるようにかき，その交点の１つを点Qとする。
手順③ 点Pと点Qを通る直線をひく。

図１



次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

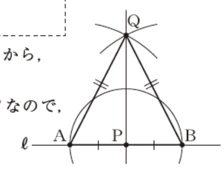
（1）**図１**の点Q，A，P，Bを順に結ぶと，△QABができます。この△QABを紙にかいて直線PQを折り目として折ったとき，点Aが重なるのはどの点ですか。その点の記号を書きなさい。

（2）**図１**の直線PQが直線 ℓ の垂線であることを示すために，PQ⊥ℓ を証明します。**手順**①からAP＝BP，**手順**②からQA＝QBとなることが分かります。これらをもとに，△QAP≡△QBPを示し，下の**証明**を完成しなさい。

証明

△QAPと△QBPにおいて，

合同な三角形の対応する角は等しいから，
∠APQ＝∠BPQ
∠APQ＋∠BPQ＝∠APB＝180°なので，
∠APQ＝∠BPQ＝90°
したがって，PQ⊥ℓ



B４設問（1）　　正答率89.7%

趣旨

作図の手順を理解し，図形の特徴を的確に捉えることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　作図の手順を振り返り，作図によってできる図形の特徴を的確に捉えることが大切である。

　指導に当たっては，本設問のように，直線上の１点を通る垂線を作図するだけでなく，その手順から，AP＝BP，QA＝QB が成り立つことを理解し，作図によってできる△QABが二等辺三角形であり線対称な図形であるという特徴を的確に捉えたり，この特徴を根拠として垂線が作図できる理由を説明したりする場面を設定することが考えられる。

B４設問（2）　　正答率46.8%

趣旨

筋道を立てて考え，証明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　作図によってできる図形の特徴を的確に捉え，事柄が成り立つ理由を筋道を立てて説明することが大切である。

　指導に当たっては，実際に手順に沿って作図することを通して，AP＝BP や QA＝QB が成り立つことを捉え，仮定を明らかにした上で，垂線が作図されることから結論は PQ⊥ℓ になることを確認するなど，仮定と結論を整理することが大切である。

　さらに，△QAP≡△QBP を示すために，AP＝BP や QA＝QB 以外に必要な要素を見いだす機会を設定することが考えられる。

（３）点Ｐが直線 ℓ 上にない場合も，ℓ の垂線を前ページの手順①，②，③で，図２のように作図することができます。

図２　点Ｐが直線 ℓ 上にない

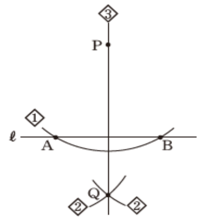


図１（前ページ）と図２のように，点Ｐが直線 ℓ 上にある場合も ℓ 上にない場合も，同じ手順①，②，③で垂線が作図できます。このように作図できるのは，この手順による点Ｑ，Ａ，Ｐ，Ｂを順に結んでできる図形が，どちらの場合も，ある性質をもつ図形だからです。その図形が下のアからエまでの中にあります。正しいものを１つ選びなさい。

ア　直線ＰＱを対称の軸とする線対称な図形

イ　直線 ℓ を対称の軸とする線対称な図形

ウ　点Ｑを対称の中心とする点対称な図形

エ　直線 ℓ と直線ＰＱの交点を対称の中心とする点対称な図形

Ｂ４設問（３）　　正答率58.2%

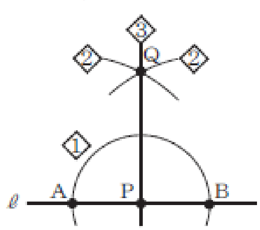
趣旨

複数の事象を統合的に捉えることができるかどうかをみる。

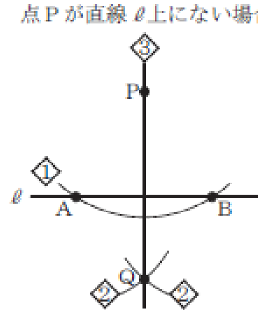
学習指導に当たって

○　複数の事象に共通する図形の性質を見いだし，統合的に捉えることが大切である。
　指導に当たっては，本設問のように，点Ｐが直線 ℓ 上にない場合の垂線の作図を考えた際に，点Ｐが直線 ℓ 上にある場合の作図と比較し，作図の手順が同じであることだけでなく，作図に共通する考えとして，「点Ｐと直線 ℓ の位置関係によらずに，直線ＰＱを対称の軸とする線対称な図形をつくっている」ことを明らかにするなど，作図を統合的に捉える活動を取り入れることが考えられる。

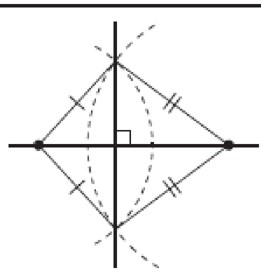
点Ｐが直線 ℓ 上にある場合



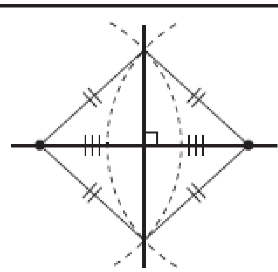
点Ｐが直線 ℓ 上にない場合



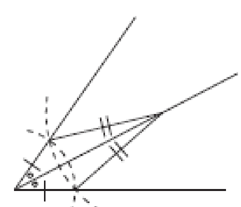
さらに，以下のような基本的な作図においては，２つの円の中心を結ぶ直線に対して線対称であることを用いていることから，これらを統合的に捉えることも考えられる。



垂線の見方



線分の垂直二等分線の見方



角の二等分線の見方

【指導の狙い】

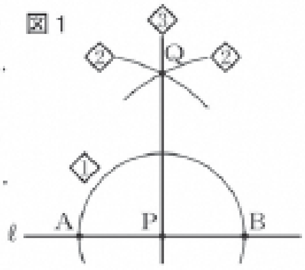
複数の事象に共通する図形の性質を見いだし，統合的に捉えるとともに，共通する図形の性質に基づいて類似の作図の方法を見いだすことができるようにする。

【授業アイディア例】

直線 ℓ 上の点Pを通る ℓ の垂線は，下の手順①，②，③で図１のように作図することができます。
この作図を基に，いろいろな作図の方法について考えてみよう。

手順① 点Pを中心として適当な半径の円をかき，直線 ℓ との交点を点A，点Bとする。
手順② 点A，点Bを中心として，等しい半径の円を交わるようにかき，その交点の１つを点Qとする。
手順③ 点Pと点Qを通る直線をひく。

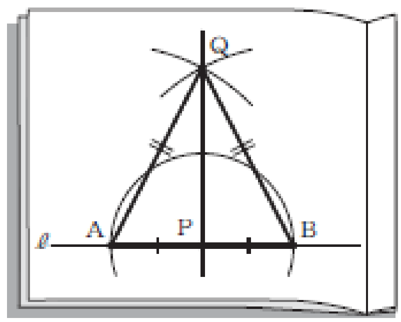
図１



1．作図の手順にしたがって垂線が作図できる理由を考える。

手順①，②，③で，直線 ℓ 上の点Pを通る ℓ の垂線がひけるのはどうしてでしょうか。

△QABが二等辺三角形になっています。

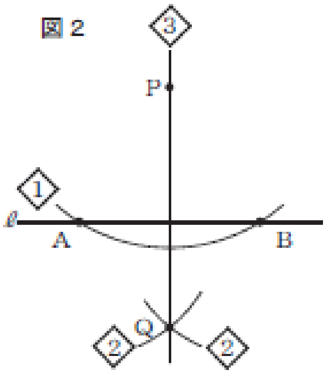


△QABが二等辺三角形だから，∠APQと∠BPQは直線PQで折ったときにぴったり重なるから等しいね。
この２つの角を合わせると180°になるから，PQ⊥ℓ といえるんだね。

2．点Pが直線上にない場合の作図の方法について考える。

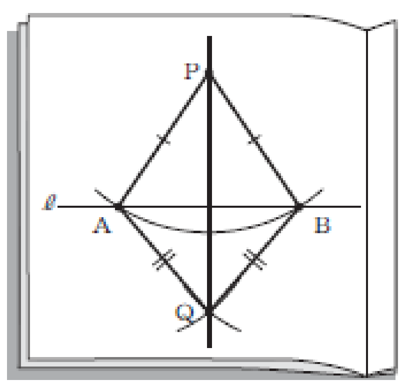
次に，点Pが直線 ℓ 上にない場合に，点Pを通る ℓ の垂線の作図の方法を考えてみましょう。

図２



同じ手順で，図２のように，垂線が作図できたよ。

四角形PAQBは直線PQで折ってぴったり重なるから，さっきと同じように考えるとPQ⊥ℓ だね。



【留意点】

○　作図の方法が正しいことについては，第２学年で合同な三角形の性質を根拠に証明する。その際にも，基本的な作図の方法を統合的に考えることができるようにすることが大切である。

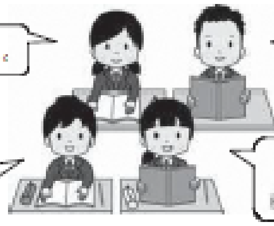
3．2つの作図を振り返って，△QABと四角形PAQBに共通する性質を見いだす。

図２の垂線が図１と同じ手順⟨1⟩，⟨2⟩，⟨3⟩で作図できたのはどうしてでしょうか。

それぞれの作図で，△QABと四角形PAQBができているね。

三角形と四角形だから違う図形だよ。

△QABと四角形PAQBに共通する性質があるのかな。



どちらも，折って重なる図形だから，線対称な図形だよ。

どちらも，直線PQが対称の軸になっているね。

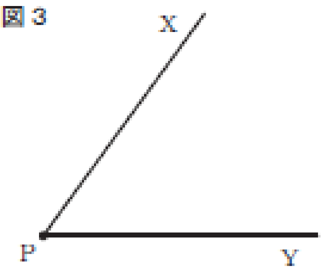
作図できたのは，直線PQが対称の軸になるような線対称な図形ができているからだね。

点Pが直線ℓ上にある場合もない場合も，作図の手順によって決まる点Q，A，P，Bを順に結んでできる図形は，直線PQを対称の軸とする線対称な図形である。

4．図形の対称性に着目して，角の二等分線の作図の方法を考える。

これまでの学習を基にして，角の二等分線の作図の方法を考えてみましょう。図３の∠XPYの二等分線を作図するには，どうすればよいでしょうか。

図３

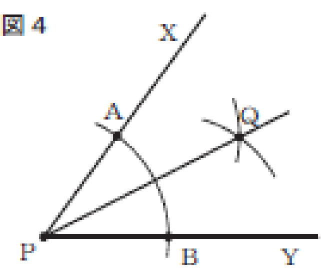


角を二等分するんだから，折ったときにぴったり重なるよね。

その折り目の直線が，対称の軸になるような図形を作図すればいいんだね。

それならさっきの手順⟨1⟩，⟨2⟩，⟨3⟩で同じように作図できるんじゃないかな。

図４



手順⟨1⟩，⟨2⟩，⟨3⟩で作図すると，図４のようになるね。

ここでも点Q，A，P，Bを順に結ぶと，直線PQを対称の軸とする線対称な図形ができるから，直線PQは角の二等分線になっているね。

線対称な図形の性質に着目すると，角の二等分線の作図の方法を見いだすことができる。

○　複数の事象を統合的に捉えることの学習においては，例えば，平成20年度調査B$\boxed{3}$「ベニヤ板と釘」（比例関係を利用してベニヤ板の枚数や釘の本数を求める問題）などを用いて，日常的な事象を考察する場面を取り上げることも考えられる。

5　江戸時代の数学書「塵劫記」には，日常生活で役立つ様々な計算が紹介されています。下の図は，木の高さの求め方を紹介した部分です。

寛永４年（1627年）刊行の塵劫記より

翔太さんは，この内容に興味をもち，木の高さの求め方を，次のようにまとめました。

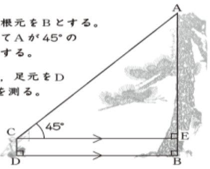
木の高さの求め方

手順

①　木の一番高い位置をA，根元をBとする。地面と平行な直線に対してAが45°の方向に見える位置に移動する。

②　そのときの目の位置をC，足元をDとし，CD，DBの長さを測る。

③　CDの長さとDBの長さをたすと，高さABが求まる。



ポイント

◎点Cを通りDBと平行な直線とABの交点をEとする。ABの長さは直接測れないので，ABをAEとEBに分け，それぞれの長さを他の長さに置き換えて測っている。

◎木と人は地面に対して垂直に立っていると考えると，$AB \perp DB$，$CD \perp DB$，$\angle AEC = 90°$となる。

次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

（1）目の高さCDが1.2 m，DBの長さが8.3 mであるとき，前ページの木の高さの求め方にしたがって，木の高さABを求めなさい。

（2）木の高さの求め方の手順②でCD，DBの長さを測っているのは，EBをCDに，CEをDBに，それぞれの長さを置き換えているからです。そのようにしてよいのは，四角形CDBEが長方形だからです。ここで用いられている長方形の性質について，下のアからエまでの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　長方形の４つの角はすべて等しい。

イ　長方形の２組の向かい合う辺はそれぞれ平行である。

ウ　長方形の２組の向かい合う辺の長さはそれぞれ等しい。

エ　長方形の対角線の長さは等しい。

Ｂ５設問（１）

正答率72.1%

趣旨

必要な情報を適切に選択し，処理することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　日常的な事象を図形に着目して考察する中で，必要な情報を適切に選択し，処理することが大切である。

本設問では解決に必要な線分は図示されているが，指導に当たっては，木の先端が45°の方向に見える位置に生徒が移動することから始め，事象の関係を表す図をかき，図形の性質と関連付けながら必要な情報を適切に選択し，実際に木の高さを求める活動を取り入れることが考えられる。

Ｂ５設問（２）

正答率58.6%

趣旨

図形に着目して導かれた数学的な結果を事象に即して解釈することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　問題解決の際に用いられている図形を見いだし，その図形の性質を基に説明することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には，木の高さABを求めるためにCDとDBの長さを測る理由について考える機会を設定することが大切である。木の高さABをAEとEBに分け，AEをCEに，CEをDBに，EBをCDに，それぞれ置き換えればよいことを見いだした後に，そのように置き換えてよいことの根拠を，図形の性質を基に説明する活動を取り入れることが考えられる。例えば，CEをDBに，EBをCDに，それぞれ置き換えてよいのは，四角形CDBEが長方形であり，長方形の２組の向かい合う辺の長さはそれぞれ等しいという性質が成り立っているからであるということを説明することが考えられる。

（３）木の高さの求め方では，CE の長さを直接測る代わりに，次のような方法を用いて，CE の長さを求められるようにしています。

長方形の性質を用いて，CE の長さを DB の長さに置き換える。

AE についてもその長さを直接測る代わりに，手順①で△ACE の∠ACE を 45° にすることによって，AE の長さを求められるようにしています。その方法を，上の □ のように説明しなさい。

Ｂ５設問（３）　正答率25.3%

趣旨

問題解決の方法を数学的に説明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　日常的な事象を図形に着目して観察し,図形の性質を問題解決に生かすことが大切である。

日常的な事象を，形や大きさ，位置関係に着目して観察し，その特徴を捉え，図形の性質を利用して問題解決できる場面として，例えば，直接測りにくい長さを求める場面を設定することが考えられる。

本設問を使って授業を行う際には，木の高さを求めるためにどのような工夫をしているかについて話し合う中で，△ACE が二等辺三角形であることに着目できるようにすることが大切である。その上で，二等辺三角形の性質を用いれば，AE の長さを直接測らなくても CE の長さに置き換えて求められることを確認し，実際に長さを求める活動を取り入れることが考えられる。

なお,「三平方の定理」や「相似な図形の性質」の学習においても，直接測りにくい長さを他の長さに置き換えて求めるような問題解決の機会を設定することが考えられる。

○　問題解決のために数学を活用する方法を考え,「用いるもの」とその「用い方」を明らかにして方法を説明することが大切である。

指導に当たっては，生徒に「用いるもの」とその「用い方」を説明させた上で，それらを実際に用いて問題を解決する機会を設定することが大切である。例えば，生徒の説明した方法で，実際に木の高さが求まるか，AE の長さを CE の長さに置き換えることができるかなどを確認することが考えられる。

その際，本設問のように日常的な事象を図形的に考察する場合,「用いるもの」は図形の定義や性質にあたるものであることを確認することが大切である。

【指導の狙い】

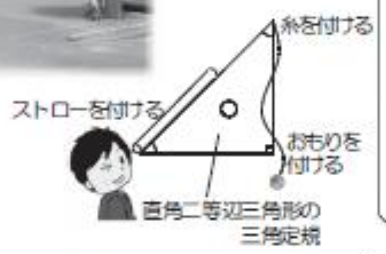
日常的な事象を図形に着目して観察し，図形の性質を問題解決に生かすことができるようにする。

【授業アイディア例】

<１時間目>

直接測ることができない校庭の木の高さを工夫して求めたいと思います。江戸時代の数学書「塵劫記」に基づいてまとめた「**木の高さの求め方**」で求めてみよう。

1.「木の高さの求め方」で校庭などにある木の高さを求める。



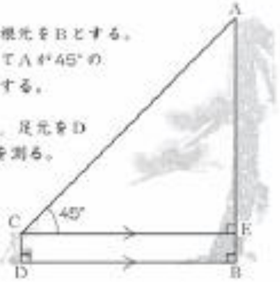
木の高さの求め方

手順

①　木の一番高い位置をA，根元をBとする。地面と平行な直線に対してAが45°の方向に見える位置に移動する。

②　そのときの目の位置をC，足元をDとし，CD，DBの長さを測る。

③　CDの長さとDBの長さをたすと，高さABが求まる。



ポイント

◎点Cを通りDBと平行な直線とABの交点をEとする。ABの長さは直接測れないので，ABをAEとEBに分け，それぞれの長さを他の長さに置き換えて測っている。

◎木と人は地面に対して垂直に立っていると考えると，AB⊥DB，CD⊥DB，∠AEC＝90°となる。

CDが1.2ｍ，DBが8.3ｍだったので，木の高さABは9.5ｍです。

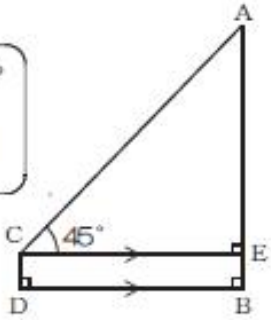
どうして求められるのかな？

<２時間目>

「塵劫記」の「**木の高さの求め方**」で，実際に木の高さを求めることができるのはなぜだろう。その仕組みを説明してみよう。

2.「木の高さの求め方」で使われている方法について考える。

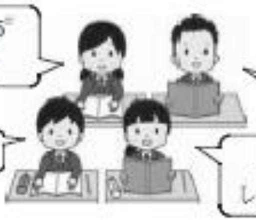
「木の高さの求め方」では，ABを目の高さと同じ高さのEのところで分けて，AE＋EBで求めています。
手順①で木の一番高い位置が45°の高さに見える位置に移動するのはどうしてでしょうか。



そこに立てばAEとCEを等しくできるからじゃないかな？

∠AEC＝90°で，∠ACE＝45°だから，∠CAEは45°になるね。

△ACEは直角二等辺三角形だね。



二等辺三角形だから，AE＝CEです。

△ACEが二等辺三角形になるようにしたんだね。

【留意点】

○　問題解決のために数学を活用する方法を考え，「用いるもの」（例えば，二等辺三角形の性質）とその「用い方」（例えば，AEの長さをCEの長さに置き換える）を明らかにして方法を説明することが大切である。

どうして△ACEを二等辺三角形にするのでしょうか。

木の高さABのうち，AEをCEに置き換えるためです。

置き換えてもCEは測りにくいね。

実際に測ったのはDBの長さだったよ。

CEの長さとDBの長さについてどのようなことが分かりますか。

4つの角がすべて等しいから，四角形CDBEは長方形だね。

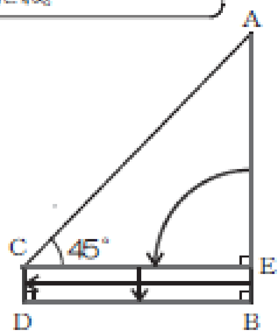
長方形は，2組の向かい合う辺の長さがそれぞれ等しいから，CE＝DBです。

長方形の性質を使ってCEをDBに置き換えたんだね。

手順②でCDの長さも測っているのはどうしてでしょうか。

長方形の性質を使うとEB＝CDなので，EBをCDに置き換えて，EBの長さを求めるためです。

CEをDBに置き換えたときと同じ長方形の性質を使っているね。



3.「木の高さの求め方」で使われている方法を，数学的な表現を用いて説明する。

「塵劫記」の「**木の高さの求め方**」では，木の高さABをAEとEBに分けて求めています。EBの長さを求めるために図形の性質を次のように用いています。

EBの長さを求めるために，
長方形の性質を用いて，EBの長さをCDの長さに置き換える。

AEの長さを求めるために，図形の性質をどのように用いていますか。説明してみましょう。

AEの長さを求めるために，
まず　二等辺三角形の性質を用いて，AEの長さをCEの長さに置き換える。
次に　長方形の性質を用いて，CEの長さをDBの長さに置き換える。

だから，CDの長さとDBの長さをたすと木の高さABが求められたんだね。

○　平成23年度調査として実施予定であった調査問題の数学B3「タレスの方法」を使って授業を行うことも考えられる。

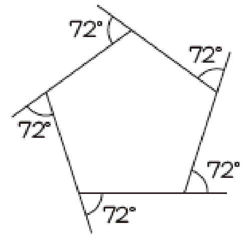
平成24年度　B

6　涼太さんと七海さんは，多角形の外角の和が360°であることをもとに，正多角形の１つの外角の大きさについて調べています。
　涼太さんは，まず正五角形の１つの外角の大きさを次のように求めました。

　正多角形の外角の大きさはどれも等しいから，正五角形の１つの外角の大きさは，外角の和360°を頂点の数５でわって求められます。

$$360^\circ \div 5 = 72^\circ$$

　だから，正五角形の１つの外角の大きさは72°です。



　七海さんは，正五角形以外の正多角形でも，同じように１つの外角の大きさを求められることに気づきました。

　たとえば正三角形のときは，頂点の数が３だから，外角の和360°を３でわって，１つの外角の大きさを120°と求められるね。

　次の(１)から(３)までの各問いに答えなさい。

(１)　正十二角形の１つの外角の大きさを求めなさい。

Ｂ６設問(１)　　正答率78.4%

趣旨

問題場面における考察の対象を明確に捉えているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○　正多角形の内角と外角の意味について理解を深めることが大切である。
　指導に当たっては，様々な正多角形について内角と外角の大きさを調べ，その関係について考える場面を設定し，外角の和が一定であることや内角の和を表す式などを見いだし理解を深める活動を取り入れることが考えられる。