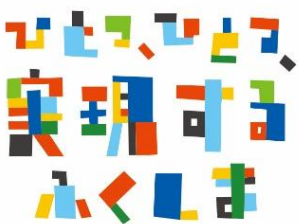


指導者用



全国学力・学習状況調査問題



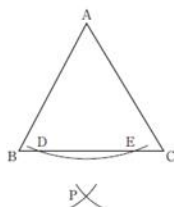
主に「図形」に関する
学習指導の改善・充実を
図る際のポイントを集めま
した。ご活用ください。



Vol.4 (平成28年度～30年度)

4 次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 次の図の△ABCにおいて、下の①、②、③の手順で直線APを作図します。



作図の方法

- ① 頂点Aを中心として、辺BCと2点で交わる円をかき、その円と辺BCとの交点を点D、Eとする。
- ② 点D、Eをそれぞれ中心として、互いに交わるように等しい半径の円をかき、その交点の1つを点Pとする。
- ③ 頂点Aと点Pを通る直線をひく。

この方法によって作図した直線APについて、上の△ABCにおいて成り立つことがらを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

- ア 直線APは、頂点Aと辺BCの中点を通る直線である。
- イ 直線APは、辺BCの垂直二等分線である。
- ウ 直線APは、∠BACの二等分線である。
- エ 直線APは、頂点Aを通り辺BCに垂直な直線である。

設問(1)

正答率31.1%

趣旨

垂線の作図の方法について理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

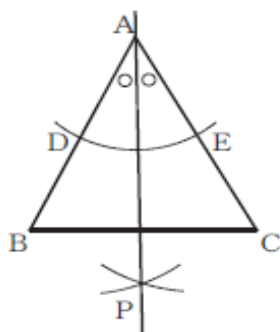
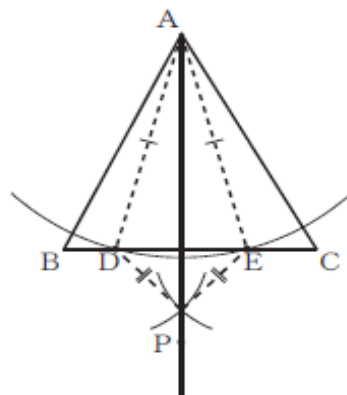
○ 作図した図形の特徴を、作図の方法に基づいて捉えることができるようにする

個々の手順で得られる点や線分の特徴を図形の性質と関連付けて読み取る場面を設定し、手順通りの作図によって、何が作図できたのかを理解できるように指導することが大切である。

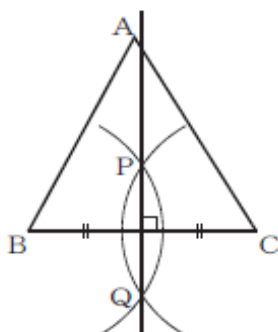
本設問において、△ABCの面積を求める文脈を設定し、辺BCを底辺とするときの高さを表す線分を作図し、その手順を振り返る場面を設定することが考えられる。その際、①の手順からAD=AEが成り立ち、②の手順からDP=EPが成り立つことから、四角形ADPEが線対称な図形であることを捉える場面を設定することが大切である。その上で、直線APは対称の軸であり、線分DEと垂直に交わることから、辺BCの垂線となることを捉えられるようにすることが大切である。

また、本設問の△ABCで、下のような図を示し、それぞれが∠BACの二等分線、辺BCの垂直二等分線、頂点Aと辺BCの中点を通る直線であることを図形の性質を根拠として指摘できるようにすることが考えられる。

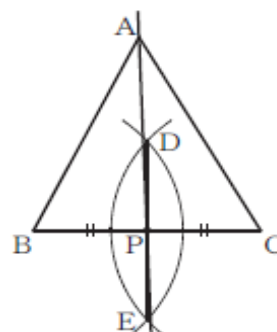
なお、コンピュータを利用して、△ABCの形を変えて、作図した図形の特徴を捉える場面を設定することも考えられる。



∠BACの二等分線

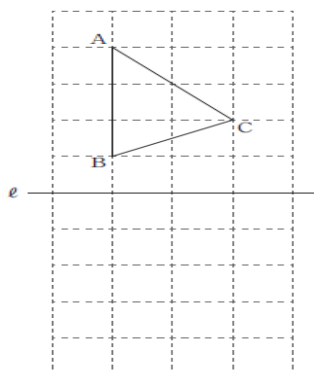


辺BCの垂直二等分線



頂点Aと辺BCの中点を通る直線

(2) 下の図の△ABCを、直線ℓを軸として対称移動した図形を、解答用紙の方眼を利用してかきなさい。



設問(2)

正答率72.4%

趣旨

対称移動した図形をかきことができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○ 平面上にかかれた図形を、きまりにしたがって移動し、移動前と移動後の2つの図形の関係を捉えることができるようにする

移動前と移動後の2つの図形の関係を捉えることができるようにするために、ある図形がきまりにしたがって移動していることを視覚的に捉える場面を設定することが考えられる。

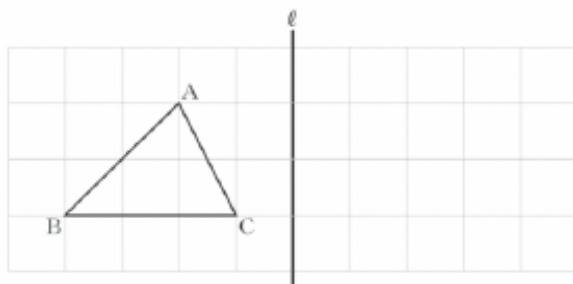
例えば、紙で作った図形を実際に移動させたり、コンピュータを利用して移動させたりするなどして、図形の平行移動、対称移動、回転移動を視覚的に捉える活動を取り入れることが考えられる。また、移動前と移動後の図形の関係を考察することで、対称移動では、対称の軸は対応する点を結ぶ線分の垂直二等分線になることなど、それぞれの移動の特徴を見いだすことができるようにすることも大切である。

また、移動前と移動後の図形をあらかじめ提示して、2つの図形の構成要素の対応関係を捉えながら、一方を他方に重ねるにはどのようにしたらよいかを考察し、説明する場面を設定することも考えられる。

なお、平成24年度【中学校】数学A⁴(2)の正答率が82.3%に対し、本設問が72.4%であることから、対称軸の位置や向きが変わった場合を考察する場面を設定することも考えられる。

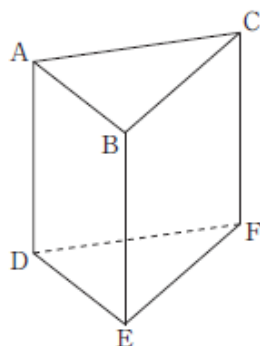
平成24年度【中学校】数学A⁴(2)

(2) 下の図の△ABCを、直線ℓを軸として対称移動した図形を、解答用紙の方眼を利用してかきなさい。



5 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) 下の図の三角柱には、辺ADとねじれの位置にある辺がいくつかあります。そのうちの1つを書きなさい。



設問(1)

正答率75.9%

趣旨

空間における直線と直線との位置関係（辺と辺とがねじれの位置にあること）を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 立体の考察を通して、空間における直線や平面の位置関係を理解できるようにする
空間図形について見取図を見るだけでなく、身近な立体を見たり、実際に触れたりしながら、様々な方向や視点から空間図形を観察する場面を設定し、空間における直線や平面の位置関係を理解できるように指導することが大切である。

例えば、立体の模型を用いて、辺や面の位置関係を捉える活動を取り入れることが考えられる。その際、立体の模型に対し、直線と見立てた鉛筆などを各辺に当てたり、平面と見立てた下敷きなどを各面に当てたりして、考察の対象を顕在化させた上で、直線や平面の位置関係を捉えられるようにすることが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、三角柱の模型に触れたり、実際に三角柱を作ったりしながら、辺ADと平行な辺はBE、CFであり、辺ADと交わる辺はAB、AC、DE、DFであることを捉える活動を取り入れることが考えられる。その上で、辺ADとねじれの位置にある辺はBC、EFであると判断できるようにすることが考えられる。その際、辺ADとBC、辺ADとEFは同一平面上にないことを確認し、それぞれが互いにねじれの位置にあることの理解を深めることが大切である。

なお、見取図から直線や平面の位置関係を読み取ることができるようにするためには、立体の模型などの具体物を用いた観察や操作を取り入れた活動が大切であることに留意したい。

(2) 四角形が、その面に垂直な方向に一定の距離だけ平行に動くと、その動いたあとを立体とみることができます。このとき、できる立体の名称を書きなさい。



設問(2)

正答率74.6%

趣旨

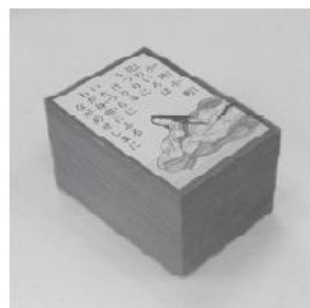
四角形をその面と垂直な方向に平行に動かすと、四角柱が構成されることを理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

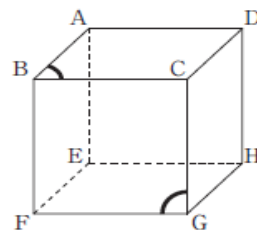
- 平面図形の運動によって空間図形が構成されたものとみることができるようにする観察や操作を取り入れ、立体を実際に構成する場面を設定し、平面図形の運動によって空間図形が構成されたものとみることができるように指導することが大切である。

例えば、下の図のように、透明な円柱の容器や角柱の容器の中で底面と合同な形のカードを底面と垂直な方向に動かして、その運動を観察する活動を取り入れることが考えられる。また、互いに合同な形のカードを何枚も重ね、面の運動によって構成された空間図形の具体を捉えられるようにすることも考えられる。円柱については、長方形の回転によって構成される立体でもあることを確認する場面を設定することも考えられる。その際、コンピュータを利用し、平面図形の運動を視覚的に捉えられるようにすることも考えられる。

さらに、身近な立体が、どのような平面図形のどのような運動によって構成されたものとみることができるかを考察できるようにすることが大切である。



(3) 右の図は立方体の見取図です。
 この立方体の面 ABCD 上の $\angle ABC$ と、面 BFGC 上の $\angle FGC$ の大きさを比べます。 $\angle ABC$ と $\angle FGC$ の大きさについて、下のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア $\angle ABC$ の方が大きい。
- イ $\angle FGC$ の方が大きい。
- ウ $\angle ABC$ と $\angle FGC$ の大きさは等しい。
- エ どちらが大きいかは、問題の条件だけでは決まらない。

設問(3)

正答率79.2%

趣旨

見取図に表された立方体の角の大きさの関係を読み取ることができるかどうかをみる。

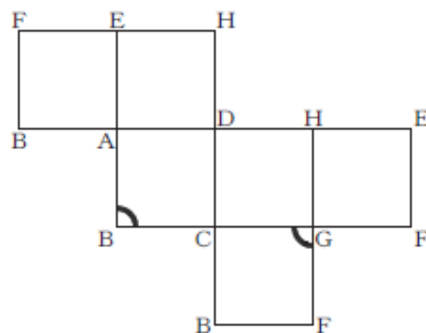
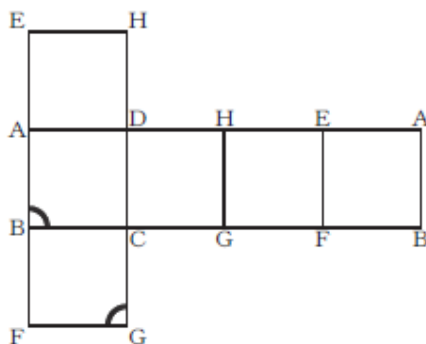
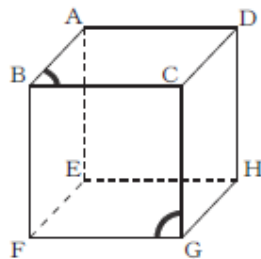
学習指導に当たって

○ 見取図の特徴を理解し、必要な情報を読み取ることができるようにする

見取図と空間図形を対応させながら、辺の長さや角の大きさの関係を確認する活動を通して、見取図の特徴を理解し、必要な情報を読み取ることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、見取図で表された立方体の展開図をかき、見取図で表されている $\angle ABC$ や $\angle FGC$ が、展開図や展開図から作った模型においてどこの角と対応するのかを、見取図と展開図、模型を相互に関連付けながら観察する活動を取り入れることが考えられる。

その際、 $\angle ABC$ と $\angle FGC$ は、いずれも 90° の大きさの角であるが、見取図では等しく表現されていないことから、長さや角度は必ずしも正しく表現されるとは限らないなどの見取図の特徴を実感を伴って理解できるようにすることが大切である。このような活動を通して、実際の空間図形を手元に置かなくても、見取図をかいたり、見取図の特徴を理解した上で、図形の性質を読み取ったりできるようにすることが大切である。



(4) 下の図1は円柱で、図2は円錐です。それぞれの立体の底面の円は合同で、高さは等しいことがわかっています。図1の円柱の体積が 600 cm^3 のとき、図2の円錐の体積を求めなさい。

図1

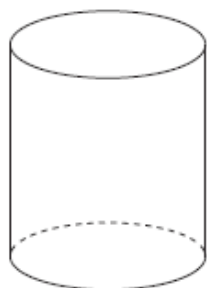
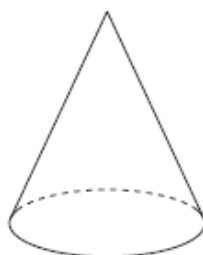


図2



設問(4)

正答率51.0%

趣旨

円錐の体積は、それと底面が合同で高さが等しい円柱の体積の $\frac{1}{3}$ であることを理解しているかどうかをみる。

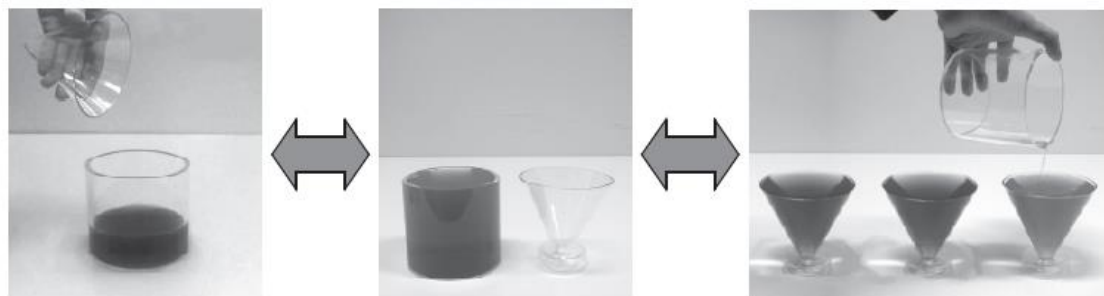
学習指導に当たって

- 柱体と錐体の体積の関係を理解できるようにする

柱体の体積と錐体の体積の関係を予想し、その予想が正しいかどうかを、模型を用いた実験による測定を行って確かめる活動を通して、柱体と錐体の体積の関係を理解できるように指導することが大切である。

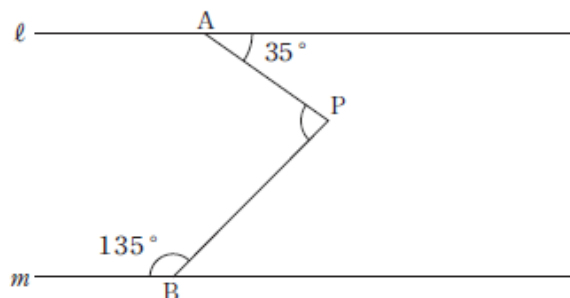
例えば、底面が合同で高さが等しい柱体と錐体の体積の関係を予想する場面を設定し、体積の比が $2:1$ や $3:1$ になるなどの予想を取り上げ、その予想が正しいかどうかを、錐体の容器に入った水を柱体の容器に移したり、柱体の容器に入った水を錐体の容器に移したりする実験を通して確かめる活動を取り入れることが考えられる。

その上で、柱体の体積と錐体の体積の比が $3:1$ であることから、錐体の体積の3倍が柱体の体積、柱体の体積の $\frac{1}{3}$ 倍が錐体の体積になることの理解を深められるようにすることが大切である。



6 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) 下の図で、直線 l , m は平行です。このとき、 $\angle APB$ の大きさを求めなさい。



設問(1)

正答率75.4%

趣旨

平行線や角の性質を用いて、角の大きさを求めることができるかどうかをみる。

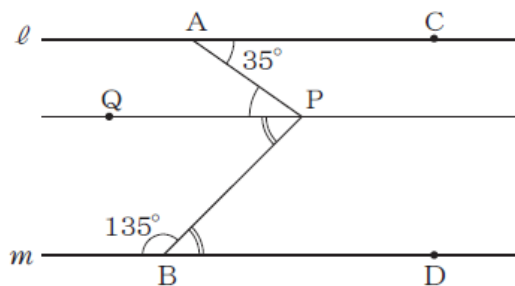
学習指導に当たって

○ 平行線や多角形の性質を用いて、角の大きさを求めることができるようにする

補助線をかくことによって平行線の性質を用いることができる状況を見だし、それらの性質を用いる場面を設定し、平行線の性質を用いて、角の大きさを求めることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、例えば、平行線の性質に着目し、下の図のように点Pを通り、直線 l の平行線をかくことで、 $\angle APB$ が $\angle CAP$, $\angle DBP$ における平行線の錯角である $\angle APQ$, $\angle BPQ$ からなる角であることを見いだす場面を設定することが考えられる。

また、様々な補助線のかき方を取り上げ、それぞれの図において、どのように平行線や多角形の性質を用いているかを確認することが大切である。



(2) 次の図1, 図2は, 多角形の各頂点において一方の辺を延長したものです。

この2つの図で, それぞれ印を付けた角 (\sphericalangle) の和を比べるとき, どのようなことがいえますか。下のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

図1

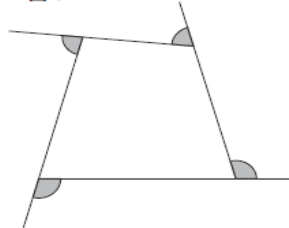
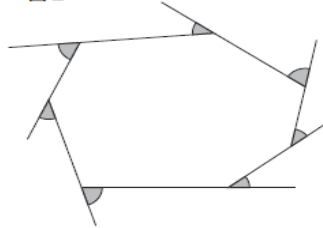


図2



- ア 図1で印を付けた角の和と図2で印を付けた角の和は等しい。
- イ 図1で印を付けた角の和の方が大きい。
- ウ 図2で印を付けた角の和の方が大きい。
- エ 図1で印を付けた角の和と図2で印を付けた角の和のどちらが大きいかは, 問題の条件からだけではわからない。

設問(2)

正答率69.8%

趣旨

多角形の外角の和の性質を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○ 多角形の外角の和が一定であることを理解できるようにする

観察, 操作や実験を通して多角形の外角の和についての性質を見だし, それを説明する場面を設定し, 多角形の外角の和が一定であることを理解できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には, 四角形, 七角形などの様々な多角形について, それぞれの外角を実測してその和を求め, 外角の和についての性質を見だし, その見いだした性質を文字や式を用いて説明する活動を取り入れることが考えられる。その際, 多角形の外角の和は, どの多角形でも 360° で一定になることを理解できるようにすることが大切である。

さらに, 多角形の外角の和が一定であることについて, 図1のように, 多角形の外角の和を鉛筆が方向を変えた角度の合計として捉えたり, 図2のように平行線の性質を用いて外角を1か所に集めたりするなどして, その和が一定であることを確かめる活動を取り入れることで, 実感を伴って理解できるようにすることが大切である。

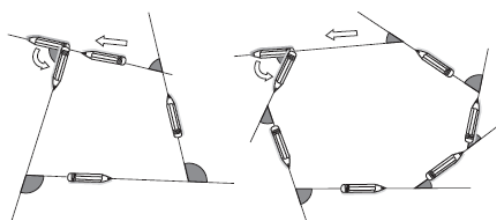


図1 鉛筆が方向を変えた角度の合計として外角の和を捉える

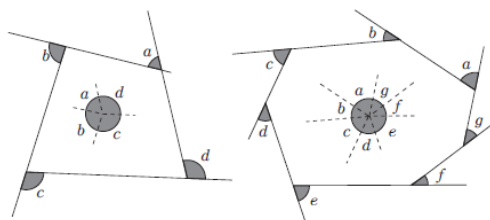
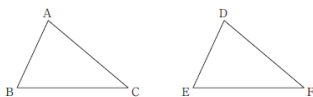


図2 平行線の性質を用いて外角を1か所に集める

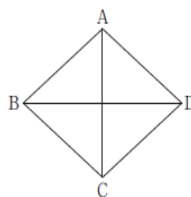
7 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 次の図の△ABCと△DEFが合同であるかどうか調べます。このとき、対応する辺や角について、どのようなことがわかれば合同であるといえますか。正しいものを下のアからエまでの中から1つ選びなさい。



- ア $\angle B = \angle E$, $BC = EF$
- イ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$
- ウ $AC = DF$, $BC = EF$
- エ $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$, $BC = EF$

(2) 下の図で、四角形ABCDはひし形です。



ひし形の対角線は垂直に交わるといえます。下線部を、上の図の頂点を表す記号と、記号 \perp を使って表しなさい。

設問(1)

正答率71.3%

趣旨

三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

○ 辺や角に着目し、三角形の合同条件を理解できるようにする

2つの三角形についてどのような条件があればそれらが合同になるのかを考察する場面を設定し、辺や角に着目して三角形の合同条件を理解できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、選択肢アからエまでのそれぞれの条件において合同な三角形をかくことができるかどうかを確認する活動を取り入れることが考えられる。その際、「イ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ 」を取り上げ、3つの角の大きさを定め、それを満たす三角形を生徒がかき、互いに比較する活動を取り入れ、2つの三角形は必ずしも合同になるとはいえないことを確認する場面を設定することが考えられる。

また、第3学年の学習において、合同な2つの図形は相似比1:1の相似な図形であることを確認する活動を取り入れることも考えられる。

なお、本設問は平成25年度【小学校】算数A6(正答率60.9%)でみられた課題を受けて出題した。小学校段階でみられた課題を踏まえ、確実に三角形の合同条件を理解できるよう留意したい。

設問(2)

正答率75.1%

趣旨

ひし形について対角線が垂直に交わることを、記号を用いて表すことができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

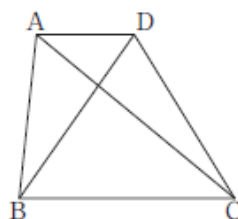
○ 辺や角などについての関係を、記号を用いて正しく表すことができるようにする

図形の構成要素間の関係を考察したり、記号で表された内容を読み取ったりする活動を取り入れ、辺や角などについての関係を、記号を用いて正しく表すことができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、四角形ABCDがひし形であることから、辺や角などの間の関係を記号で表したり、記号で表された辺や角などについての関係を読み取ったりして、正しく説明する活動を取り入れることが考えられる。その際、図形の性質などを記号で表すことによさを感じ得る場面を設定することが大切である。例えば、本設問において、表したい線分を、頂点を表す記号を用いて表すことができたり、「対角線ACとBDは垂直に交わる」を「 $AC \perp BD$ 」と簡潔に表すことができたりするなど、記号で表すことによさを理解できるような場面を設定することも大切である。

(3) 右の図では、 $\triangle ABC$ と $\triangle DBC$ の面積について、次のことがらが成り立ちます。

四角形ABCDで、
 $AD \parallel BC$ ならば $\triangle ABC = \triangle DBC$ である。



このことがらの逆を考えます。

下の , に当てはまるものを記号で表し、
 上のことがらの逆を完成しなさい。

四角形ABCDで、
 ならば である。

設問(3)

正答率72.4%

趣旨

命題の逆を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

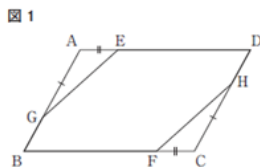
○ 命題と、その命題の逆について理解できるようにする

仮定と結論を区別し、それらを入れかえ、もとの命題の逆をつくる場面を設定し、命題と、その命題の逆について理解できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、場面に即して記述された命題「四角形ABCDで、 $AD \parallel BC$ ならば $\triangle ABC = \triangle DBC$ である。」について、仮定と結論を明確に区別し、それらを入れかえて命題の逆をつくる場面を設定することが考えられる。その際、命題は「仮定」「結論」からなり、その仮定と結論を入れかえると、もとの命題の逆ができることを確認する場面を設定することが大切である。

また、一般的な命題、例えば「合同な2つの三角形の面積は等しい。」の仮定と結論を入れかえて命題の逆をつくる場面を設定することも考えられる。その際、仮定と結論を区別するためには、この命題を「2つの三角形が合同であるならば、その2つの三角形の面積は等しい。」と読みかえる活動を取り入れることが考えられる。その上で、仮定と結論を入れかえ、この命題の逆「2つの三角形の面積が等しいならば、その2つの三角形は合同である。」をつくる場面を設定することも考えられる。さらに、命題「合同な2つの三角形の面積は等しい。」やその逆について、真偽を確かめる活動を通して、もとの命題が正しくてもその逆が正しいとは限らないことを確かめ、理解できるようにすることが大切である。

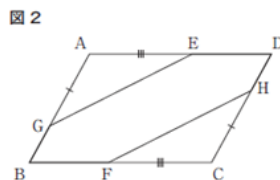
8 平行四辺形ABCDで、辺AD、BC上に、 $AE = CF$ となるように点E、Fをそれぞれとります。また、辺AB、CD上に、 $AG = CH$ となるように点G、Hをそれぞれとります。このとき、 $EG = FH$ となることを、ある学級では、次の図1をかいて証明しました。



証明

△AEGと△CFHにおいて、
 仮定より、 $AE = CF$ ……①
 $AG = CH$ ……②
 平行四辺形の向かい合う角は等しいから、
 $\angle EAG = \angle FCH$ ……③
 ①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle AEG \cong \triangle CFH$
 合同な図形の対応する辺は等しいので、
 $EG = FH$

この証明をしたあと、点E、Fの位置を図2のように変えました。このときも図1と同じように $EG = FH$ となるかどうかを考えてみたところ、下のアからエまでのような意見が出ました。正しいものを1つ選びなさい。



- ア 図2の場合も、 $EG = FH$ であることは、すでに前ページの証明で示されている。
- イ 図2の場合は、 $EG = FH$ であることを、改めて証明する必要がある。
- ウ 図2の場合は、 $EG = FH$ であることを、それぞれの辺の長さを測って確認しなければならない。
- エ 図2の場合は、 $EG = FH$ ではない。

出題の趣旨

正答率62.3%

証明の必要性と意味を理解しているかどうかをみる。

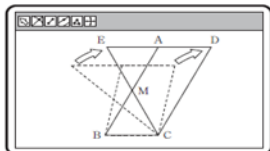
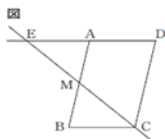
学習指導に当たって

- 証明の必要性と意味についての理解を深められるようにする

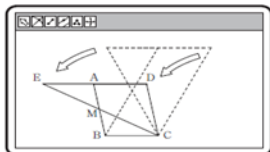
ある図形について証明された命題は、その仮定を満たすすべての図形について例外なく成り立つことを捉える場面を設定し、証明の必要性と意味についての理解を深められるように指導することが大切である。

本問題を使って授業を行う際には、図1や図2を示さずに、条件を満たすように生徒自らがかいた図や、異なる図であるが条件を満たすものにおいて、改めて証明する必要があるかどうかを考える場面を設定し、図が異なっても条件が同じであれば、同じ証明が成り立つことを確認する活動を取り入れることも大切である。その際、証明をするためにかかれた図は、すべての代表として示されている図であることを理解できるようにすることも大切である。

4 右の図のように、平行四辺形 ABCD の辺 AB の中点を M とし、辺 DA を延長した直線と直線 CM との交点を E とします。ここで、健一さんと琴音さんは、コンピュータを使って平行四辺形 ABCD をいろいろな形の平行四辺形に変え、いつでも成り立ちそうなことについて調べました。



平行四辺形 ABCD を、縦にのぼしながら、右に傾ける。



平行四辺形 ABCD を、縦に縮めながら、左に傾ける。



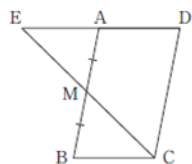
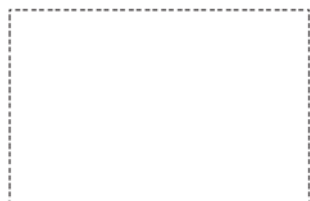
二人は、コンピュータの画面上で図形を観察し、平行四辺形 ABCD がどのような平行四辺形でも、 $AE = BC$ になると予想しました。

次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 二人の予想した $AE = BC$ がいつでも成り立つことは、前ページの図において $\triangle AME \equiv \triangle BMC$ を示すことから証明できます。 $AE = BC$ となることの証明を完成しなさい。

証明

$\triangle AME$ と $\triangle BMC$ において、



合同な図形の対応する辺は等しいから、
 $AE = BC$

設問(1)

正答率30.0%

趣旨

筋道を立てて考え、証明することができるかどうかをみる。

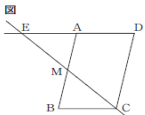
学習指導に当たって

○ 事柄が成り立つ理由を筋道を立てて考え、証明できるようにする

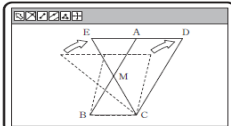
結論を導くために何がわかればよいかを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見だし、事柄が成り立つ理由を筋道を立てて考えたりする活動を取り入れ、証明できるように指導することが大切である。

例えば、結論から仮定、仮定から結論の両方向から考えて証明する場面を設定することが考えられる。本設問を使って授業を行う際には、 $AE = BC$ を導くために $\triangle AME \equiv \triangle BMC$ を示せばよいことを明らかにし、 $\triangle AME$ と $\triangle BMC$ についてわかっていることを整理したり、合同を示すために必要な関係を見いだしたりするなどして証明できるようにすることが考えられる。


4 右の図のように、平行四辺形ABCDの辺ABの中点をMとし、辺DAを延長した直線と直線CMとの交点をEとします。ここで、健一さんと琴音さんは、コンピュータを使って平行四辺形ABCDをいろいろな形の平行四辺形に変え、いつでも成り立ちそうなことについて調べました。



平行四辺形ABCDを、縦にのぼしながら、右に傾ける。



平行四辺形ABCDを、縦に縮めながら、左に傾ける。



二人は、コンピュータの画面上で図形を観察し、平行四辺形ABCDがどのような平行四辺形でも、 $AE = BC$ になると予想しました。

(2) 前ページの図について、 $DA : DC = 1 : 2$ ならば、 $\triangle DEC$ はどんな三角形になりますか。「～ならば、……になる」という形で書きなさい。

設問(2)

正答率38.1%

趣旨

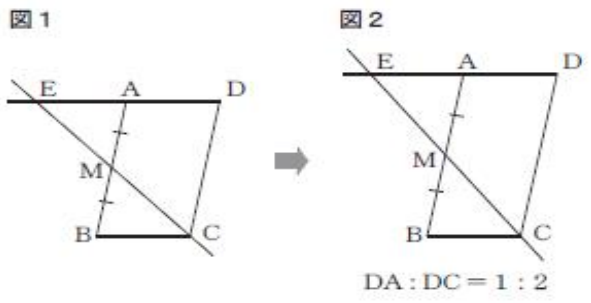
付加された条件の下で、新たな事柄を見いだし、説明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 付加した条件の下で、見いだした事柄を数学的に表現できるようにする

新たに条件を加えた際に、見いだした事柄の前提に当たる条件と、それによって説明される結論を明確にして表現する活動を取り入れ、付加した条件の下で、見いだした事柄を数学的に表現できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、図1について、「 $DA : DC = 1 : 2$ 」という条件を付加した図2をかき、 $\triangle DEC$ に着目して、 $\triangle DEC$ がどのような三角形になるかを考え、説明する活動を取り入れることが考えられる。その際、前提と結論を明確にし、「 $DA : DC = 1 : 2$ ならば、 $\triangle DEC$ は $DE = DC$ の二等辺三角形になる。」などと表現し、それが正しいかどうかを証明できるようにすることが大切である。さらに、他の条件を付加した場合においても、成り立つと予想される事柄を見いだす活動を取り入れることも大切である。



本問題全体の学習指導に当たって

- コンピュータを利用し、ある条件を変えずに図形の形を変えて観察し、成り立つ事柄を予想することができるようにする

コンピュータを利用し、ある条件を変えずに図形の形を変えて観察する活動を取り入れ、図形の考察において、成り立つ事柄を予想することができるように指導することが大切である。

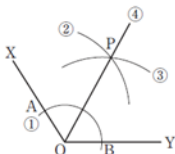
本問題を使って授業を行う際には、平行四辺形の辺や角などについて成り立つ性質を見いだし、それを前提と結論を明確にして表現する場面を設定することが考えられる。その際、コンピュータを利用し、問題で与えられた最初の条件を変えずに図形の形を変えて観察することにより、形が変わってもいつでも成り立つ性質を見いだす活動を取り入れることが大切である。そして、その性質を証明する必要性を確認する場面を設定することも大切である。

4 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 健太さんは $\angle XOY$ の二等分線を、次の方法で作図しました。

健太さんの作図の方法

- ① 点Oを中心として、適当な半径の円をかき、辺OX、OYとの交点をそれぞれ点A、Bとする。
- ② ①でかいた円の半径より長い半径で、点Aを中心として円をかく。
- ③ 点Bを中心として、②でかいた円の半径と等しい半径の円をかき、②の円との交点の1つを点Pとする。
- ④ 直線OPをひく。



この方法で $\angle XOY$ の二等分線が作図できるのは、上の図で点A、O、B、Pの順に結んでできる四角形AOBPがある性質をもつ図形だからです。その図形が、下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。

- ア 直線OPを対称の軸とする線対称な図形
- イ 直線OXを対称の軸とする線対称な図形
- ウ 点Aと点Bを通る直線を対称の軸とする線対称な図形
- エ 点Oを対称の中心とする点対称な図形
- オ 点Aと点Bを通る直線と直線OPの交点を対称の中心とする点対称な図形

設問(1)

正答率68.0%

趣旨

角の二等分線の作図が図形の対称性を基に行われていることを理解しているかどうかをみる。

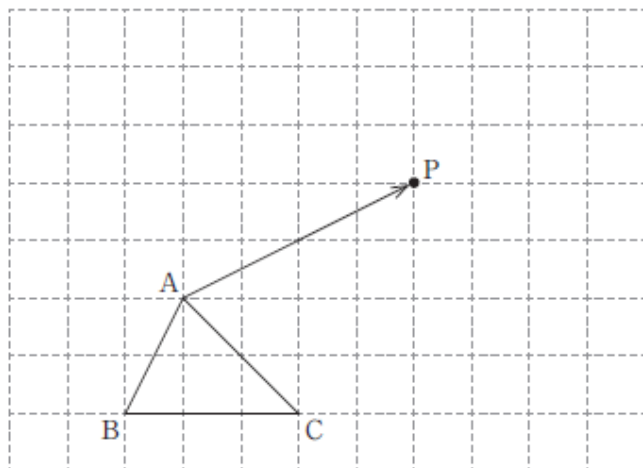
学習指導に当たって

- 見通しをもって作図したり、作図の方法を見直したりすることができるようにする
基本的な作図の基となっている図形の対称性を捉える場面を設定し、基本的な作図において、見通しをもって作図したり、作図の方法を見直したりすることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、作図の方法に基づいて角の二等分線を作図した後、作図の方法を振り返る場面を設定することが考えられる。例えば、四角形AOBPにおいて、健太さんの作図の方法①から $OA = OB$ 、②、③から $AP = BP$ になることを確認することを通して、直線OPを対称軸とする線対称な図形が作図されたと捉えることができるように指導することが大切である。

また、他の基本的な作図においても、図形の対称性を基にしていることを見いだす活動を取り入れることが考えられる。その際、対称軸を明確にして根拠を説明することが大切である。

(2) 下の図の△ABCを、点Aを点Pに移すように平行移動した図形を、
解答用紙の方眼を利用してかきなさい。



設問(2)

正答率90.8%

趣旨

平行移動した図形をかくことができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

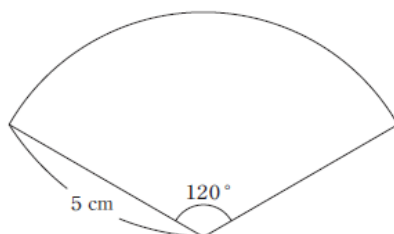
- 平面上にかかれた図形を、きまりにしたがって移動し、移動前と移動後の2つの図形の間を捉えることができるようにする

ある図形がきまりにしたがって移動していることを視覚的に捉えたり、移動前と移動後の2つの図形の間を捉えたりすることができるように指導することが大切である。

例えば、ある図形を紙で作って実際に移動させたり、コンピュータを利用して移動させたりするなどして、図形の平行移動、対称移動、回転移動を視覚的に捉える活動を取り入れることが考えられる。また、移動前と移動後の図形の間を考察することで、平行移動では、移動前と移動後の図形を比べると、対応する辺が平行になっていることや、対応する点を結ぶ線分がすべて平行で長さが等しくなっていることなど、それぞれの移動の性質を見いだすことができるようにすることも大切である。

さらに、移動前と移動後の図形をあらかじめ提示して、2つの図形の間を構成要素同士の間を捉えながら、一方を他方に重ねるにはどうしたらよいかを考察し、説明する活動を取り入れることも大切である。その際、本年度【中学校】数学B¹「万華鏡」で取り上げたように、万華鏡の中をのぞいたときに見られる模様に移動の性質を見いだし、ある模様を対称移動や回転移動で他の模様を重ねられることを説明する活動を取り入れることが考えられる。

(3) 半径が5 cm, 中心角が120°のおうぎ形の弧の長さを求めなさい。
ただし, 円周率は π とします。



設問(3)

正答率32.2%

趣旨

扇形の弧の長さを求めることができるかどうかをみる。

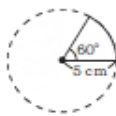
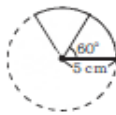
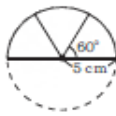
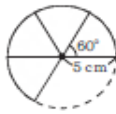
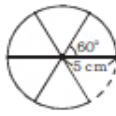
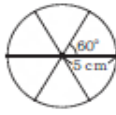
学習指導に当たって

- 扇形の弧の長さや面積が中心角の大きさに比例することを用いて, それらを求めることができるようにする

扇形を円の一部として捉え, 弧の長さや面積がその中心角の大きさに比例することを確認する場面を設定し, 扇形の弧の長さや面積を求めることができるように指導することが大切である。

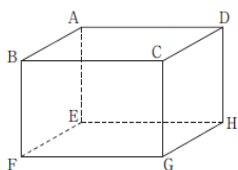
例えば, 円を紙で作って, 折ったり切ったりするなどの観察, 操作や実験を通して, 円と扇形を関連付け, 扇形の弧の長さや面積とその中心角の大きさの関係を捉える活動を取り入れることが考えられる。

半径5 cmの扇形の場合

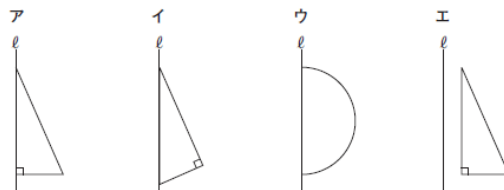
中心角 (度)	弧の長さ (cm)	
60	$10\pi \times \frac{60}{360} = \frac{5}{3}\pi$	
120	$10\pi \times \frac{120}{360} = \frac{10}{3}\pi$	
180	$10\pi \times \frac{180}{360} = 5\pi$	
240	$10\pi \times \frac{240}{360} = \frac{20}{3}\pi$	
300	$10\pi \times \frac{300}{360} = \frac{25}{3}\pi$	
360	$10\pi \times \frac{360}{360} = 10\pi$	

5 次の(1)から(4)までの各問に答えなさい。

(1) 次の図の直方体には、辺CGに平行な面がいくつかあります。そのうちの直方体の面を1つ選んで書きなさい。



(2) 右の図の円錐は、ある平面図形を直線のまわりに1回転させてできる立体とみることができます。直線 l を軸として1回転させると、この円錐ができる図形が、下のアからエまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。



設問(1)

正答率67.5%

趣旨

空間における直線と平面の平行について理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 立体の考察を通して、空間における直線や平面の位置関係を理解できるようにする空間図形の見取図を見るだけでなく、身近な立体を見たり、実際に触れたりしながら、様々な方向や視点から空間図形を観察する場面を設定することを通して、空間における直線や平面の位置関係を理解できるように指導することが大切である。

例えば、立体の模型を用いて、辺や面の位置関係を捉える活動を取り入れることが考えられる。その際、立体の模型に対し、直線と見立てた鉛筆などを各辺に当てたり、平面と見立てた下敷きなどを各面に当てたりして、考察の対象を顕在化させた上で、直線や平面の位置関係を捉えることができるようにすることが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、直方体の模型に触れたり、実際に直方体を作ったりしながら、直方体の向かい合う面をそれぞれ平面とみて、その向かい合う2平面が平行であることに着目し、辺CGが面CGHDに含まれていることから直線CGと面ABFEが平行であることや、辺CGが面BFGCに含まれていることから直線CGと面AEHDが平行であることを捉える活動を取り入れることが考えられる。

設問(2)

正答率90.3%

趣旨

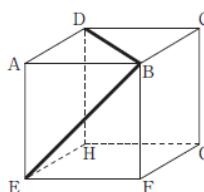
円錐が回転体としてどのように構成されるかを理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 空間図形を、平面図形の運動によって構成されたものとみることができるようにする空間図形を、平面図形の運動によって構成されたものとみることができるように指導することが大切である。その際、観察や操作を取り入れ、平面図形と空間図形を関連付けて考察する場面を設定することが考えられる。

例えば、実際に長方形や直角三角形などの平面図形の1辺を含む直線を軸として回転させ、その様子を観察することを通して、ある平面図形の運動によってどのような空間図形が構成されるかについて考察する活動を取り入れることが考えられる。また、ある空間図形を示し、それがどのような平面図形の運動によって構成されるかについて考察する場面を設定することも考えられる。なお、空間図形について、コンピュータを利用することによって、面や線分の運動を視覚的に捉える場面を設定することも考えられる。

(3) 右の図は立方体の見取図です。
 この立方体の面ABCD上の線分BD
 と面AEFB上の線分BEの長さを比べ
 ます。線分BDと線分BEの長さについ
 て、下のアからエまでのの中から正しい
 ものを1つ選びなさい。



- ア 線分BDの方が長い。
- イ 線分BEの方が長い。
- ウ 線分BDと線分BEの長さは等しい。
- エ どちらが長いかは、問題の条件だけでは決まらない。

設問(3)

正答率80.7%

趣旨

見取図に表された立方体の面上の線分の長さの関係を読み取ることができるかどうかをみる。

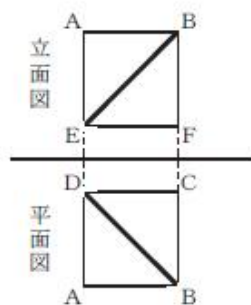
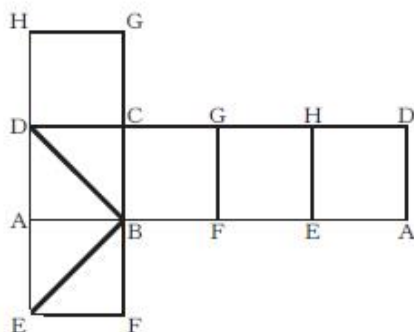
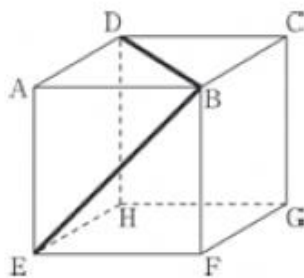
学習指導に当たって

○ 見取図の特徴を理解し、必要な情報を読み取ることができるようにする

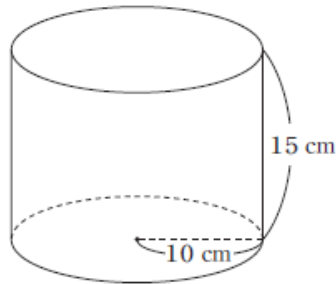
見取図と空間図形を対応させながら、辺の長さや角の大きさの関係などを確認する活動を通して、見取図の特徴を理解し、必要な情報を読み取ることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、見取図で表された立方体の展開図や投影図をかき、見取図で表されている線分BDや線分BEが、展開図、投影図、模型においてどの線分と対応するのかを、見取図と展開図、投影図、模型を相互に関連付けながら観察する活動を取り入れることが考えられる。

その際、線分BDと線分BEは、いずれも立方体の1つの面である正方形の対角線であるが、見取図では長さが等しく表現されていないことから、長さや角度は必ずしも正しく表現されるとは限らないなどの見取図の特徴を理解できるようにすることが大切である。このような活動を通して、模型が手元になくても、見取図から図形の性質を読み取ることができるようにすることが大切である。



(4) 底面の半径が10 cm, 高さが15 cm の円柱の体積を求めなさい。
ただし, 円周率は π とします。



設問(4)

正答率53.0%

趣旨

円柱の体積を求めることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○ 角柱, 円柱の体積の求め方を理解し, 体積を求めることができるようにする

柱体の体積を求める公式について, 底面の図形が高さの分だけ平行に移動することによって構成される立体とみることと関連させて理解を深める場面を設定し, 角柱や円柱の体積を求めることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には, (底面積)×(高さ) という柱体の体積を求める公式を見直し, この円柱を, 半径10 cmの円を15 cmだけ一定の方向に平行に移動することによって構成される立体とみることができることを確認する場面を設定することが大切である。その上で, 円柱の模型について実測した底面の半径や高さから見積もった体積と, 模型に満たした水の容量とを比較する場面を設定するなどして, 数量の感覚を豊かにすることも大切である。

6 次の(1)、(2)の各問に答えなさい。

(1) 次の図で、2つの直線 l 、 m に1つの直線 n が交わっています。このとき、 $\angle x$ の錯角について、下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア $\angle x$ の錯角は、 $\angle a$ である。
 イ $\angle x$ の錯角は、 $\angle b$ である。
 ウ $\angle x$ の錯角は、 $\angle c$ である。
 エ $\angle x$ の錯角は、 $\angle d$ である。
 オ $\angle x$ の錯角は、 $\angle e$ である。
 カ $\angle x$ の錯角は、 $\angle a$ から $\angle e$ までの中にはない。

(2) n 角形の内角の和は、次の図のように、1つの頂点からひいた対角線によって、 n 角形をいくつかの三角形に分けることができます。

n 角形は、1つの頂点からひいた対角線によっていくつの三角形に分けられますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア $n + 1$ (個)
 イ n (個)
 ウ $n - 1$ (個)
 エ $n - 2$ (個)
 オ $n - 3$ (個)

設問(1) 正答率42.6%

趣旨

錯角の意味を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 2直線に1直線が交わってできる角の位置関係について理解できるようにする
 2直線に1直線が交わってできる角で、互いに同位角や錯角の位置にある角を見いだす活動を取り入れ、それらの角の位置関係について理解できるように指導することが大切である。
 同位角や錯角は、平行な2直線に1直線が交わった場合について扱われることが多い。そのため、「同位角や錯角は平行な2直線においてのみ存在する」、「同位角や錯角は常に等しい」などと誤った理解をしている生徒がいると考えられる。そこで、2直線に1直線が交わる場合、「2直線の位置関係に関わらず、同位角や錯角は存在する」、「2直線が平行ならば、同位角や錯角はそれぞれ等しくなる」ことを確認する場面を設定することが大切である。

設問(2) 正答率69.8%

趣旨

多角形の内角の和の求め方を理解しているかどうかをみる。

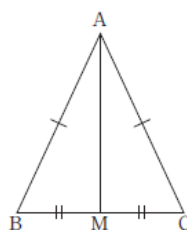
学習指導に当たって

- 多角形の内角の和の求め方を理解できるようにする
 多角形の内角の和の求め方を理解できるように指導することが大切である。その際、多角形をいくつかの三角形に分割し、三角形の内角の和が 180° であることを根拠にして、 n 角形の内角の和が $180^\circ \times (n - 2)$ になることを説明する場面を設定することが考えられる。
 例えば、五角形、六角形などの内角の和を帰納的に調べてきまりを見いだす活動を取り入れることが考えられる。その際、1つの頂点からひいた対角線によって分割してできる三角形の個数を多角形の辺や角、対角線などの個数と対応させ、 n 角形の内角の和が $180^\circ \times (n - 2)$ と表せることの理由を説明できるようにすることが大切である。

7 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) $AB = AC$ である二等辺三角形ABCがあります。辺BCの中点をMとして、直線AMをひきます。

このとき、 $\angle BAM = \angle CAM$ であることを下のように証明しました。



証明

$\triangle ABM$ と $\triangle ACM$ において、
 仮定から、 $AB = AC$ …①
 $BM = CM$ …②
 共通な辺だから、 $AM = AM$ …③
 ①, ②, ③より、 がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABM \equiv \triangle ACM$
 合同な図形の対応する角は等しいから、
 $\angle BAM = \angle CAM$

上の証明の に当てはまる言葉を書きなさい。

設問(1)

正答率78.9%

趣旨

証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。


学習指導に当たって

○ 証明の根拠として用いられる三角形の合同条件を指摘できるようにする

証明を読み、根拠を見いだすとともに、その根拠に仮定がどのように用いられているかを確認する場面を設定し、三角形の合同条件など、証明の根拠として用いられている図形の性質を指摘できるように指導することが大切である。

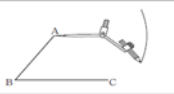
本設問を使って授業を行う際には、証明を読み、当てはまる三角形の合同条件を確認した上で、その合同条件を成り立たせる辺や角の関係を図と対応させて捉える活動を取り入れることが考えられる。その際、証明の「仮定から」とされている「 $AB = AC$ 」、「 $BM = CM$ 」が、それぞれ、「 $\triangle ABC$ が $AB = AC$ である二等辺三角形であること」、「辺BCの中点が点Mであること」に基づいていることを確認することが大切である。

(2) 次の図のように、点A、B、Cがあり、点Aと点B、点Bと点Cを結びます。

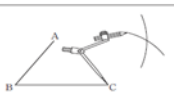


下の①、②、③の手順で点Dをとり、平行四辺形ABCDをかきます。


① 点Aを中心として、BCを半径とする円をかく。



② 点Cを中心として、ABを半径とする円をかく。



③ 交点をDとし、点Aと点D、点Cと点Dを結ぶ。



前ページの①、②、③の手順では、どのようなことがらを根拠にして平行四辺形ABCDをかいていますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア 2組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形は、平行四辺形である。

イ 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

ウ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

エ 1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は、平行四辺形である。

オ 対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は、平行四辺形である。

設問(2)
趣旨

正答率49.7%

作図の手順を読み、根拠として用いられている平行四辺形になるための条件を理解しているかどうかをみる。

学習指導に当たって

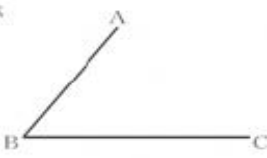
○ 平行四辺形になるための条件を具体的な場面で用いることができるようにする

平行四辺形の作図の手順に用いられている条件や、具体物にみられる平行四辺形になるための条件を指摘する活動を取り入れ、平行四辺形になるための条件を具体的な場面で捉え、それを活用することができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、作図の手順から、四角形ABCDが平行四辺形になるための条件である「2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい」を満たしていることを確認する場面を設定することが考えられる。その際、手順③でとった点Dは、手順①でかいた円と手順②でかいた円との交点であることから、「 $BC = AD$ 」と「 $AB = DC$ 」を読み取る活動を取り入れることが大切である。

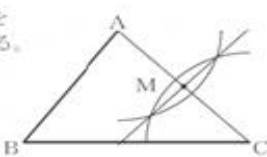
また、本設問の「2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい」とは異なる条件を用いた平行四辺形の作図の手順を提示し、同様の活動を取り入れることも考えられる。例えば、次のように「対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は、平行四辺形である」ことを用いた作図の手順について話し合う場面を設定することが考えられる。その際、作図された図形の性質と作図の根拠として用いられている条件を明確に区別できるようにすることが大切である。

① 辺AB、辺BCが与えられている。



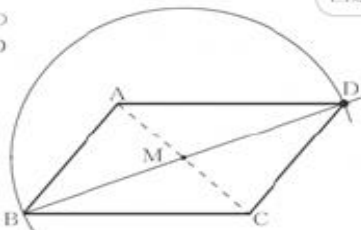
この3つの手順でどうして平行四辺形がかけられるのかな。

② 辺ACの中点Mを作図によって求める。

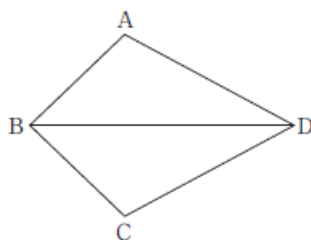


対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は、平行四辺形になるからだね！

③ 線分BMの2倍の長さをもつ線分BDを作図し、点Aと点D、点Cと点Dを結ぶ。



8 次の図の四角形ABCDについて、下のことがらが成り立ちます。



$\angle ABD = \angle CBD$, $\angle ADB = \angle CDB$ ならば, $AB = CB$ である。

上のことがら「 $\angle ABD = \angle CBD$, $\angle ADB = \angle CDB$ ならば, $AB = CB$ である。」の中で, 仮定にあたる部分をすべて書きなさい。

出題の趣旨

正答率74.5%

命題の仮定と結論を区別し, 与えられた命題の仮定を読み取ることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

○ 命題の仮定と結論の意味を理解し, それらを区別できるようにする

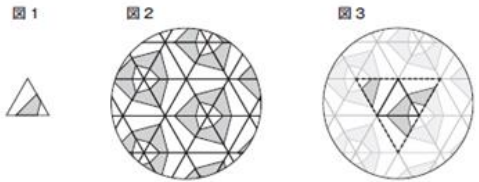
命題をつくる場面を設定し, 命題の仮定と結論の意味を理解し, それらを区別できるように指導することが大切である。

本問題を使って授業を行う際には, 例えば, 四角形ABCDが $\angle ABD = \angle CBD$, $\angle ADB = \angle CDB$ であるという条件から図を複数かき, 図形の性質を見だし, それを命題の形で表現する活動を取り入れることが考えられる。その際, 図をかくのに用いた条件が仮定, 見だした図形の性質が結論であることを確認する場面を設定することが大切である。

1 万華鏡は次のような筒状のおもちゃで、中に3枚の鏡を組み合わせた正三角柱が入っています。鏡が内側に向いているので、中をのぞくと、正三角柱の底面にある模様が周りの鏡に映って、美しい模様が見えます。

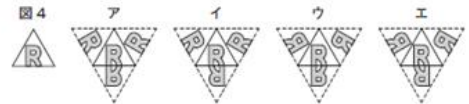


正三角柱の底面にある模様が図1である場合、図2のような模様が見えます。これは、隣り合う正三角形がすべて、共通する辺を軸に線対称になっているとみることができます。例えば、図3にある4枚の正三角形に着目すると、隣り合う正三角形は、共通する辺を軸に線対称になっていることがわかります。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 図3の真ん中にある正三角形が下の図4の模様である場合を考えます。このとき、点線で囲まれた正三角形の模様が、下のアからエまでの中にあります。それを1つ選びなさい。



設問(1)

正答率68.0%

趣旨

事象を図形間の関係に着目して観察し、対称性を的確に捉えることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

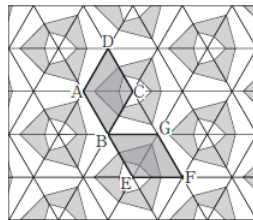
○ 事象を図形間の関係に着目して観察し、対称性を的確に捉えることができるようにする

日常的な事象を図形に着目して、観察、操作や実験を通して図形やその構成要素同士の関係を見だし、図形の性質や特徴を捉える活動を取り入れ、対称性を的確に捉えることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、万華鏡の模様の観察を通して、図形としてどのような性質や特徴があるかを確かめる場面を設定することが考えられる。その上で、隣り合う2つの正三角形に着目して観察し、図形間の関係として対称性を考察する活動を取り入れることが考えられる。

(2) 前ページの図2の模様を図5のように広い範囲で考えます。図5の四角形ABCDの模様は、1回の回転移動で四角形GBEFの模様と重なります。四角形ABCDの模様は、どのような回転移動によって四角形GBEFの模様と重なるか書きなさい。

図5



設問(2)

正答率14.8%

趣旨

2つの図形の関係回転移動に着目して捉え、数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

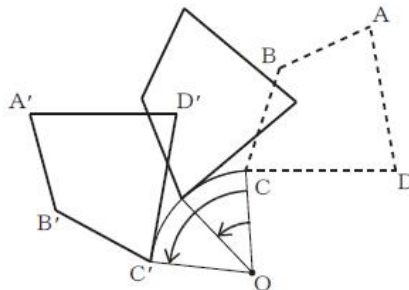
学習指導に当たって

○ 事象の特徴を的確に捉え、数学的に説明できるようにする

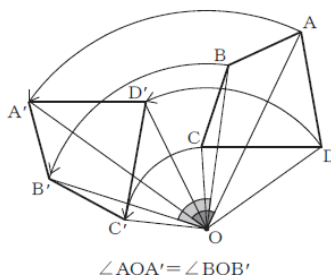
日常的な事象において、前提とそれによって説明される結論の両方を説明する場面を設定し、数量や図形に着目して見いだした事象の特徴を数学的に表現できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、四角形ABCDの模様はどのような回転移動によって、四角形GBEFの模様と重なるかを捉える場面を設定することが考えられる。その際、前提とそれによって説明される結論を「四角形ABCDを回転移動した図形は、四角形GBEFと重なる。」のように表現することに加えて、「四角形ABCDを点Bを回転の中心として、時計回りに120°の回転移動をした図形は、四角形GBEFと重なる。」のように、回転の中心の位置、回転の方向、回転角の大きさについて明確にし、数学的に表現できるようにすることが大切である。

なお、平成26年度【中学校】数学A⁴(3)「与えられた角が回転移動した後の角を選ぶ」の問題を取り上げ、右のような図を提示し、四角形ABCDの頂点が回転移動のきまりにしたがって移動していること、理解を深める場面を設定することも考えられる。その際、実際に図形を紙で作って動かしたり、コンピュータを利用したりするなどの観察、操作や実験を取り入れ、図形の移動を視覚的に理解できるようにすることが大切である。



その上で、回転移動では、対応する点は回転の中心から等しい距離にあり、対応する点と回転の中心を結んでできる角の大きさはすべて等しいことを見いだす場面を設定することも考えられる。例えば、下の図のように、四角形ABCDを点Oを中心としてある角度だけ回転移動させた四角形A'B'C'D'において、例えば頂点A、Bそれぞれに対応する点は頂点A'、B'であり、そのときOA=OA'、OB=OB'、∠AOA'=∠BOB'などの構成要素に着目して、移動前と移動後の図形の関係について確認することで回転移動の理解を深められるようにすることが大切である。



(3) 図6のような模様を作ろうとするとき、そのもととなる正三角形はどのような模様になればよいですか。下のアからエまでの中にもととなる正三角形の模様があります。それを1つ選びなさい。

図6



設問(3)

正答率53.2%

趣旨

与えられた模様について、図形の移動に着目して観察し、対称性を的確に捉えることができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

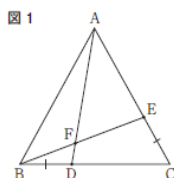
- 身の回りの模様について、図形の移動に着目して観察し、対称性を的確に捉えることができる

日常的な事象を図形に着目して、観察、操作や実験を通して図形やその構成要素同士の関係を見だし、図形の性質や特徴を捉える活動を取り入れ、対称性を的確に捉えることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、身の回りにある模様を取り上げ、図形の移動に着目してその基となる図形を見いだしたり、模様を観察することによってその中の2つの図形がどのような移動によって重なるか調べたり、1つの図形を基にしてそれを移動することによって敷き詰め、模様を作ったりする活動を取り入れることが考えられる。このような活動を通して、様々な日常的な事象を数学的に捉えようとする態度を養うことも大切である。

(参照)「平成29年度【中学校】授業アイディア例」P.9～P.10

- 4 下の図1のように、正三角形ABCの辺BC、CA上にBD = CEとなる点D、Eをそれぞれとります。また、線分ADと線分BEの交点をFとします。ただし、点Dは点B、Cと、点Eは点C、Aと重ならないものとします。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

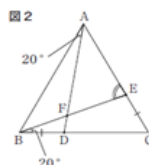
- (1) 図1において $\triangle ABD \cong \triangle BCE$ を示し、それをもとにして、 $\angle BAD = \angle CBE$ であることが証明できます。 $\angle BAD = \angle CBE$ となることの証明を完成しなさい。

証明

$\triangle ABD$ と $\triangle BCE$ において、

合同な図形の対応する角は等しいから、
 $\angle BAD = \angle CBE$

- (2) 次の図2のように、図1の $\angle BAD$ と $\angle CBE$ を 20° とします。このとき、 $\angle BEA$ の大きさを求めなさい。



設問(1)

正答率45.0%

趣旨

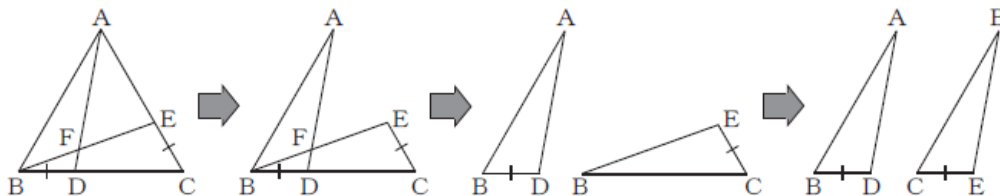
筋道を立てて考え、証明することができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

- 事柄が成り立つ理由を筋道を立てて考え、証明することができるようにする

結論を導くためには何がわかればよいかを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見だし、事柄が成り立つ理由を筋道を立てて考えたりする活動を取り入れ、証明できるように指導することが大切である。その際、結論から仮定、仮定から結論の両方向から考えて証明する場面を設定することが考えられる。

本設問を使って授業を行う際には、 $\angle BAD = \angle CBE$ を導くために $\triangle ABD \cong \triangle BCE$ を示せばよいことを明らかにし、 $\triangle ABD$ と $\triangle BCE$ で対応する辺の長さや角の大きさについてわかることを整理したり、合同を示すために必要な関係を見いだしたりするなどして証明できるようにすることが考えられる。その際、 $\triangle ABD$ と $\triangle BCE$ を抜き出した図を基に、対応する辺や角を確認する場面を設定することも考えられる。



設問(2)

正答率61.0%

趣旨

付加された条件の下で、図形の性質を用いることができるかどうかをみる。

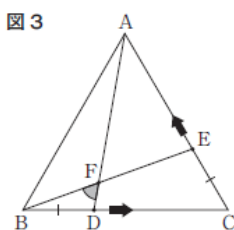
学習指導に当たって

- 図形の性質を用いることができるようにする

辺の長さや角の大きさなどを求める場面を設定し、図形の性質を用いることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、 $\angle BEA$ の大きさが 80° であることの根拠となる図形の性質を確かめ、それを基にして筋道を立てて説明する活動を取り入れることが考えられる。

(3) 前ページの図1において、 $\angle BAD = \angle CBE$ が成り立ちます。次の図3のように、図1の点Dは辺BC上を点Cの方向に、点Eは辺CA上を点Aの方向に、 $BD = CE$ の関係を保ったまま動きます。このとき、 $\angle BFD$ の大きさについて正しく述べているものを、下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。



- ア $\angle BFD$ の大きさは、小さくなっていく。
- イ $\angle BFD$ の大きさは、大きくなっていく。
- ウ $\angle BFD$ の大きさは、変わらない。
- エ $\angle BFD$ の大きさは、問題の条件だけでは決まらない。

設問(3)

正答率44.9%

趣旨

証明した事柄を用いて、新たな性質を見いだすことができるかどうかをみる。

学習指導に当たって

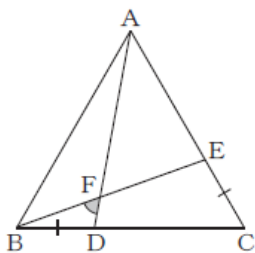
- ある条件の下で成り立つ性質や関係に着目し、図形を考察することができるようにする

条件を保ったまま図形の形を変えながら観察し、辺や角について変わらない性質を見いだす活動を取り入れ、ある条件の下でいつでも成り立つ性質や関係を見いだすことができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、問題で与えられた最初の条件を保ったまま図形の形を変えながら観察し、辺や角について考察する活動を取り入れることが考えられる。その際、例えば、点D、Eの位置を動かしても、 $\triangle ABD$ と $\triangle BCE$ が合同だから、 $\angle BAF = \angle CBF$ となり、 $\angle BFD$ の大きさは変わらないことを見いだせるようにすることが大切である。

さらに、正三角形で予想した事柄が成り立つかどうか確認した後、正三角形を正方形に変えてみるなど対象となる図形を変えて考えてみるといったような類推をして、正三角形で成り立つ事柄が正方形でも同様に成り立つかどうか考えることも大切である。

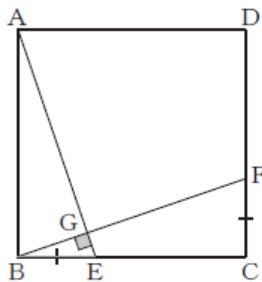
正三角形ABC



$$\angle BAD = \angle CBE$$

$\angle BFD$ の大きさは、 60° で一定

正方形ABCD



$$\angle BAE = \angle CBF$$

$\angle BGE$ の大きさは、 90° で一定

4 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) ひし形について正しく述べたものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

- ア ひし形は、線対称な図形であり、点対称な図形でもある。
- イ ひし形は、線対称な図形であるが、点対称な図形ではない。
- ウ ひし形は、線対称な図形ではないが、点対称な図形である。
- エ ひし形は、線対称な図形ではなく、点対称な図形でもない。

設問(1)

正答率67.5%

趣旨

ひし形は、線対称な図形であり、点対称な図形でもあることを理解しているかどうかをみる。

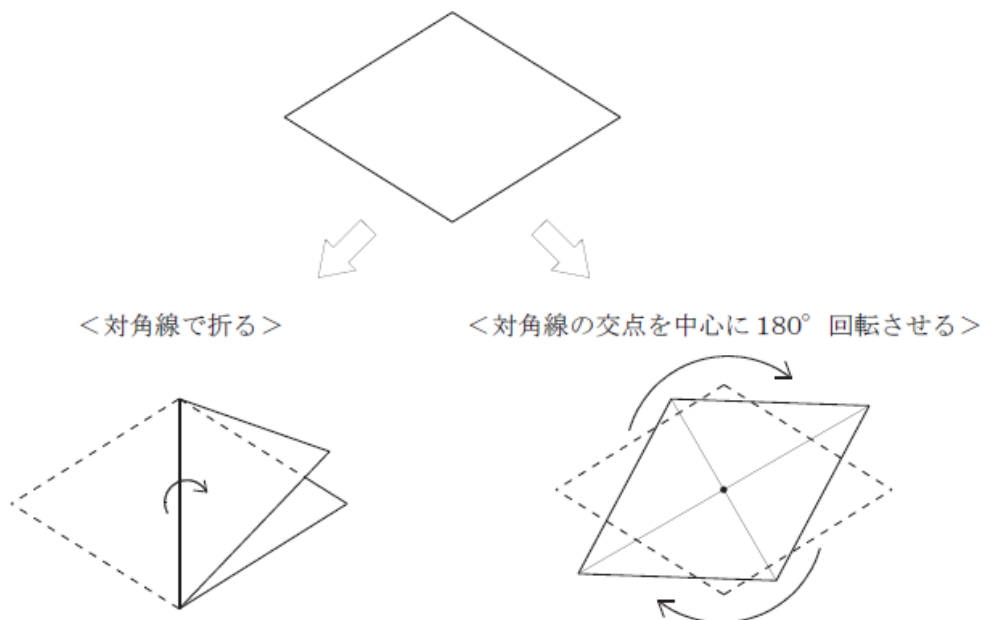
3. 学習指導に当たって

○ 線対称や点対称の観点から図形を考察できるようにする

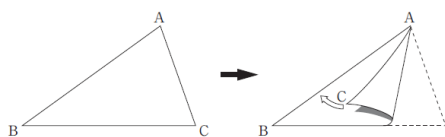
線対称や点対称の学習では、図形の対称性に着目して考察することを通して図形の性質を捉えることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、例えば、下の図のようなひし形の紙を用いて、ひし形は対角線で折るとぴったりと重なること、対角線の交点を中心に 180° 回転させてもぴったりと重なることを確かめる活動を通して、ひし形は線対称な図形であり、点対称な図形でもあることを確認する場面を設定することが考えられる。

また、いろいろな平面図形に対称軸や対称の中心をかきこんでみたり、対称性に着目して図形を分類したりする活動を通して、線対称と点対称についての理解を確かなものにするのが大切である。

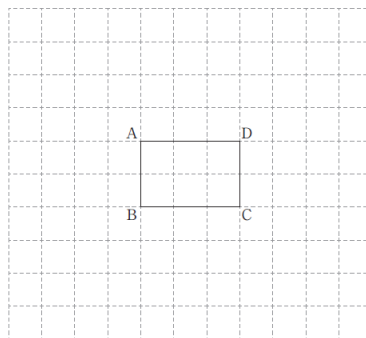


(2) 次の図の△ABCを、辺ACが辺ABに重なるように折ったときにできる折り目の線を作図しようとしています。どのような線を作図すればよいですか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア 頂点Aを通り辺BCに垂直な直線
- イ 頂点Aと辺BCの中点を通る直線
- ウ 辺BCの垂直二等分線
- エ ∠Aの二等分線

(3) 下の図の長方形ABCDを、点Aを中心として時計回りに90°だけ回転移動した図形を、解答用紙の方眼を利用してかきなさい。



設問(2)

正答率55.6%

趣旨

折り目の線と角の二等分線の関係を理解しているかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

- 操作的な活動を通して、その操作を基本的な作図と結びつけて考えることができるようにする

観察や操作する活動を通して図形がもつ特徴を数学的に捉え、その操作を基本的な作図と結びつけて考えることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、例えば、紙を折るという操作を通して、等しい線分や角を見だし、折り目の線がどのような直線になるかを考え、その上でどのように直線を作図すればよいかを判断できるように指導することが大切である。

設問(3)

正答率66.6%

趣旨

回転移動した図形をかくことができるかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

- 平面上にかかれた図形を、きまりにしたがって移動し、移動前と移動後の2つの図形の間を捉えることができるようにする

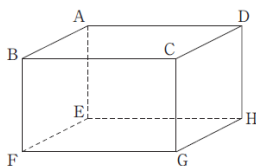
ある図形がきまりにしたがって移動していることを視覚的に捉えたり、移動前と移動後の2つの図形の間を捉えたりすることができるように指導することが大切である。

例えば、ある図形を紙で作って実際に移動させたり、コンピュータを利用して移動させたりするなどして、図形の平行移動、対称移動、回転移動を視覚的に捉える活動を取り入れることが考えられる。また、移動前と移動後の図形の間を考察することで、回転移動では、対応する点は回転の中心から等しい距離にあり、対応する点と回転の中心を結んでできる角の大きさはすべて等しいことなど、それぞれの移動の性質を見いだすことができるようにすることも大切である。

さらに、移動前と移動後の図形をあらかじめ提示して、2つの図形の間を構成要素同士の間を捉えながら、一方を他方に重ねるにはどうしたらよいかを考察し、回転の中心の位置、回転の方向、回転角の大きさについて明確にして説明する活動を取り入れることも大切である。

5 次の(1)から(4)までの各問に答えなさい。

(1) 次の図の直方体には、面CGHDと平行な辺がいくつかあります。そのうちの1つを書きなさい。



(2) 右の図の半円を、その直径を軸として1回転させて立体をつくります。このとき、できる立体の名称を書きなさい。



設問(1)

正答率74.8%

趣旨

空間における平面と直線との位置関係(面と辺が平行であること)を理解しているかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

- 立体の考察を通して、空間における直線や平面の位置関係を理解できるようにする
空間図形の見取図を見るだけでなく、身近な立体を見たり、実際に触れたりしながら、様々な方向や視点から空間図形を観察する場面を設定することを通して、空間における直線や平面の位置関係を理解できるように指導することが大切である。

例えば、立体の模型を用いて、辺や面の位置関係を捉える活動を取り入れることが考えられる。その際、立体の模型に対し、直線と見立てた鉛筆などを各辺に当てたり、平面と見立てた下敷きなどを各面に当てたりして、考察の対象を顕在化させた上で、直線や平面の位置関係を捉えることができるようにすることが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、直方体の模型に触れたり、実際に直方体を作ったりしながら、直方体の向かい合う面をそれぞれ平面とみて、その向かい合う2平面が平行であることに着目し、面CGHDと面BFEAが平行であることから、面BFEAに含まれる辺BF, FE, EA, ABはいずれも面CGHDに平行であることを捉える活動を取り入れることが考えられる。

設問(2)

正答率82.8%

趣旨

半円を、その直径を軸として回転させると、球が構成されることを理解しているかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

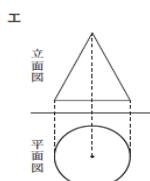
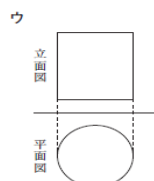
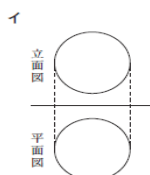
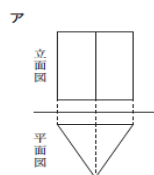
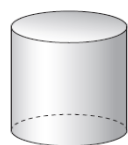
- 空間図形を、平面図形の運動によって構成されたものと捉えることができるようにする

空間図形を、平面図形の運動によって構成されたものと捉えることができるように指導することが大切である。その際、観察や操作を取り入れ、平面図形と空間図形を関連付けて考察する場面を設定することが考えられる。

例えば、実際に長方形や直角三角形、半円などの平面図形の1辺を含む直線を軸として回転させ、その様子を観察することを通して、ある平面図形の運動によってどのような空間図形が構成されるかについて考察する活動を取り入れることが考えられる。また、ある空間図形を示し、それがどのような平面図形の運動によって構成されるかについて考察する場面を設定することも考えられる。

なお、空間図形について、コンピュータを利用することによって、面や線分の運動を視覚的に捉える場面を設定することも考えられる。

(3) 右の図は、円柱の見取図です。この円柱の投影図が、下のアからエまでの中にあります。それを1つ選びなさい。



設問(3)

正答率84.0%

趣旨

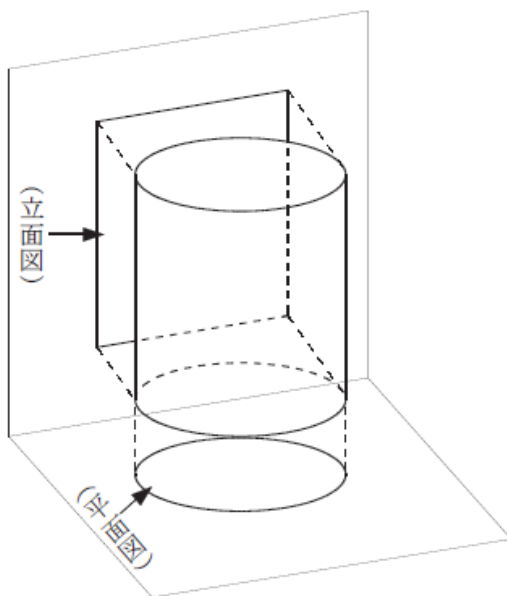
見取図，投影図から空間図形を読み取ることができるかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

- 空間図形を投影図に表したり，投影図から空間図形を読み取ったりできるようにする

空間図形を投影図に表したり，投影図から空間図形を読み取ったりできるように指導することが大切である。

例えば，身近な立体について視点を決めて観察し，空間図形を真上から見た図（平面図）や正面から見た図（立面図）などに表現して，その空間図形のもつ性質を考察する活動を取り入れることが考えられる。



(4) 次の図1は四角錐^{たい}で、図2は四角柱です。それぞれの立体の底面の四角形は合同で、高さは等しいことがわかっています。このとき、図1の四角錐の体積は、図2の四角柱の体積の何倍ですか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

図1

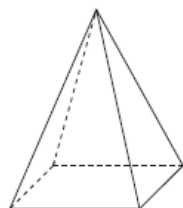
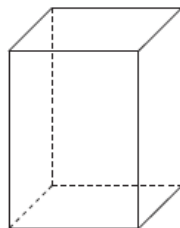


図2



ア $\frac{1}{4}$ 倍 イ $\frac{1}{3}$ 倍 ウ $\frac{1}{2}$ 倍 エ $\frac{2}{3}$ 倍 オ $\frac{3}{4}$ 倍

設問(4)

正答率58.5%

趣旨

四角錐の体積は、それと底面が合同で高さが等しい四角柱の体積の $\frac{1}{3}$ であることを理解しているかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

○ 柱体と錐体の体積の関係を理解できるようにする

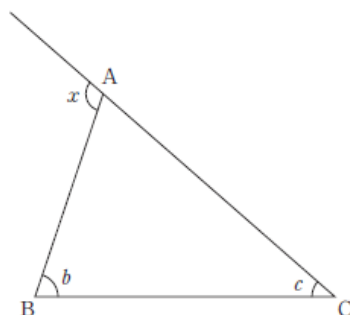
柱体と錐体の体積の関係を理解できるようにするために、柱体の体積と錐体の体積の関係を予想し、その予想が正しいかどうかを、模型を用いた実験による測定を行って確かめる場面を設定することが考えられる。

例えば、底面が合同で高さが等しい柱体と錐体の体積の関係を予想する場面を設定し、体積の比が2:1や3:1になるなどの予想を取り上げ、その予想が正しいかどうかを、錐体の容器に入った水を柱体の容器に移したり、柱体の容器に入った水を錐体の容器に移したりする実験を通して確かめる活動を取り入れることが考えられる。

その上で、柱体の体積と錐体の体積の比が3:1であることから、錐体の体積の3倍が柱体の体積、柱体の体積の $\frac{1}{3}$ 倍が錐体の体積になることの理解を深められるようにすることが大切である。

6 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) 次の図の $\triangle ABC$ で、頂点Aにおける外角 $\angle x$ の大きさは、 $\angle b$ と $\angle c$ を用いてどのように表されますか。下のアからオまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア $\angle b + \angle c$
- イ $\angle b - \angle c$
- ウ $180^\circ - \angle b$
- エ $180^\circ - (\angle b + \angle c)$
- オ $180^\circ - (\angle b - \angle c)$

設問(1)

正答率72.2%

趣旨

三角形の外角とそれと隣り合わない2つの内角の和の関係を理解しているかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

○ 三角形の内角と外角の関係を理解できるようにする

三角形の外角の大きさがそれと隣り合わない2つの内角の大きさの和に等しいことを理解できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、様々な形状の三角形を生徒自らがかいて、その内角と外角の大きさを実際に測ることを通して、三角形の外角はそれと隣り合わない2つの内角の和に等しくなっていることを見いだす場面を設定することが考えられる。その際、その見いだしたことを、平行線や角の性質などの図形の性質を用いて説明する活動を取り入れることが考えられる。

(2) 図1の五角形の頂点Pを動かし、 $\angle P$ の大きさを 90° に変えて、図2のような五角形にします。

図1

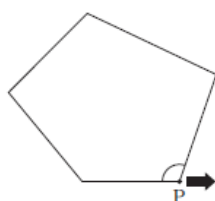
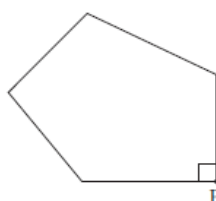


図2



このとき、五角形の内角の和はどうなりますか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 五角形の内角の和は、図1より図2の方が小さくなる。
- イ 五角形の内角の和は、図1と図2で変わらない。
- ウ 五角形の内角の和は、図1より図2の方が大きくなる。
- エ 五角形の内角の和がどうなるかは、問題の条件だけでは決まらない。

設問(2)

正答率76.3%

趣旨

多角形の内角の和の性質を理解しているかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

○ 多角形の内角の和の性質を理解できるようにする

多角形の内角の和の学習では、辺の数が増えると内角の和が一定に増えるという性質と、辺の数が変わらなければ形や大きさが変わっても内角の和が一定であるという性質の2つを理解できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、図1と図2の五角形について内角の和を調べ、それが変わらないことを次のように確認する活動を取り入れることが考えられる。

図1

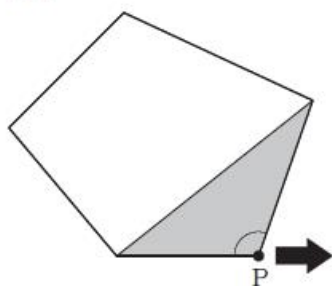
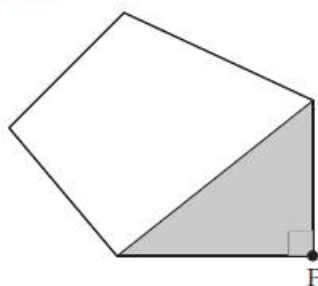


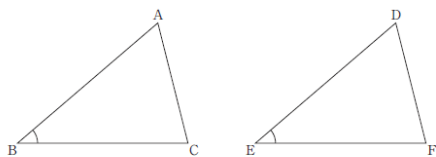
図2



上の図1と図2のように五角形を一つの頂点から引いた対角線で四角形と三角形に分割すると、四角形の部分は点Pを動かしても合同である。また、三角形の部分において、頂点Pを動かしても三角形の内角の和は 180° で一定である。よって、五角形の内角の和は一定である。

7 次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 次の図の△ABCと△DEFにおいて、 $\angle B = \angle E$ であることはわかっています。



このとき、辺や角について、 $\angle B = \angle E$ のほかにもどのようなことがわかれば、△ABCと△DEFが合同であるといえますか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア $AB = DE, AC = DF$
- イ $BC = EF, AC = DF$
- ウ $AB = DE, \angle A = \angle D$
- エ $\angle A = \angle D, \angle C = \angle F$

(2) 長方形で成り立ち、ひし形でも成り立つことを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

- ア 2組の向かい合う辺はそれぞれ平行である。
- イ 4つの辺はすべて等しい。
- ウ 4つの角はすべて等しい。
- エ 4つの辺はすべて等しく、4つの角はすべて等しい。

設問(1)

正答率72.4%

趣旨

2つの三角形が合同であるために必要な辺や角の相等関係について理解しているかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

○ 辺や角に着目し、三角形の合同条件を理解できるようにする

2つの三角形についてどのような条件があればそれらが合同になるかを考察する場面を設定し、辺や角に着目して三角形の合同条件を理解できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、選択肢アからエまでのそれぞれの条件において合同な三角形をかくことができるかどうかを確認する活動を取り入れることが考えられる。その際、「エ $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$ 」を取り上げ、3つの角の大きさを定め、それを満たす三角形を生徒がかき、互いに比較する活動を取り入れ、2つの三角形は必ずしも合同になるとはいえないことを確認する場面を設定することが考えられる。

また、三角形の合同条件の理解を深めるために、2つの三角形について相等関係がわかっている要素を確認し、三角形の合同条件と照らし合わせ、さらにどの要素の相等がわかればよいかを考える場面を設定することも考えられる。

なお、第3学年の学習において、合同な2つの図形は相似比1:1の相似な図形であることを確認する活動を取り入れることも考えられる。

設問(2)

正答率78.6%

趣旨

長方形やひし形が平行四辺形の特別な形であることを理解しているかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

○ 正方形、ひし形、長方形、平行四辺形の間を論理的に考察し、整理できるようにする

正方形、ひし形、長方形が、平行四辺形の特別な形であることを理解できるようにするためには、正方形、ひし形、長方形、平行四辺形の定義に基づき、「平行四辺形になるための条件」などを手掛かりとして、正方形、ひし形、長方形、平行四辺形の間を論理的に考察し、整理できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、長方形、ひし形のそれぞれに成り立つ性質を確認する活動を取り入れることが考えられる。例えば、長方形の定義である「4つの角はすべて等しい」ことが、ひし形でも成り立つかどうかを確認する場面を設定することが考えられる。

8 ある学級で、「対頂角は等しい」ことの証明について、次の①、②を比べて考えています。

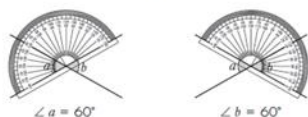


①
下の図のように、対頂角 $\angle a$ と $\angle b$ について、



$\angle a + \angle c = 180^\circ$ から、 $\angle a = 180^\circ - \angle c$
 $\angle b + \angle c = 180^\circ$ から、 $\angle b = 180^\circ - \angle c$
 よって、 $\angle a = \angle b$
 したがって、対頂角は等しい。

②
下の図のように、対頂角 $\angle a$ と $\angle b$ について、 $\angle a$ と $\angle b$ の大きさをそれぞれ測ると、



また、2つの直線の交わる角度を変えて、同じように測ると、
 $\angle a = 40^\circ$ のとき $\angle b = 40^\circ$
 $\angle a = 90^\circ$ のとき $\angle b = 90^\circ$
 $\angle a = 110^\circ$ のとき $\angle b = 110^\circ$
 よって、 $\angle a = \angle b$
 したがって、対頂角は等しい。

①、②がそれぞれ「対頂角は等しい」ことを証明できているかどうかについて、正しく述べたものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

- ア ①も②も証明できている。
- イ ①は証明できているが、②は証明できていない。
- ウ ①は証明できていないが、②は証明できている。
- エ ①も②も証明できていない。

出題の趣旨

正答率46.1%

証明の必要性和意味を理解しているかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

- 帰納と演繹の違いを理解し、証明の必要性和意味についての理解を深められるようにする

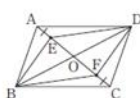
対頂角の性質や三角形の内角の和、平行四辺形の性質などの学習において、帰納的に調べていくことと演繹的に推論していくことの違いを確認することで、証明の必要性和意味についての理解を深められるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、対頂角が等しいことについて、具体的な角度で確かめることで、成り立つと予想される事柄を見いだすことができ、さらにいろいろな角度で確かめることでその信頼性は高まるが、すべての場合について調べつくすことはできないことから、演繹的な推論による説明が必要であることを確認する場面を設定することが考えられる。

4 優花さんは、次の問題を解きました。

問題

右の図のように、平行四辺形ABCDの対角線の交点をOとし、線分OA、OC上に、 $AE = CF$ となる点E、Fをそれぞれとります。
このとき、四角形EBFDは平行四辺形になることを証明しなさい。



優花さんの証明

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから、

$OB = OD$ ……①

$OA = OC$ ……②

仮定より、

$AE = CF$ ……③

②、③より、

$OA - AE = OC - CF$ ……④

④より、

$OE = OF$ ……⑤

①、⑤より、

対角線がそれぞれの中点で交わるから、
四角形EBFDは平行四辺形である。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 優花さんの証明では、四角形EBFDの対角線がそれぞれの中点で交わることから、四角形EBFDは平行四辺形であることを証明しました。四角形EBFDが平行四辺形であることから新たにわかることを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア $EB = FD$

イ $ED = EF$

ウ $OE = OF$

エ $AE = CF$

設問(1)

正答率56.0%

趣旨

証明を振り返り、証明された事柄を基にして、新たな性質を見いだすことができるかどうかをみる。

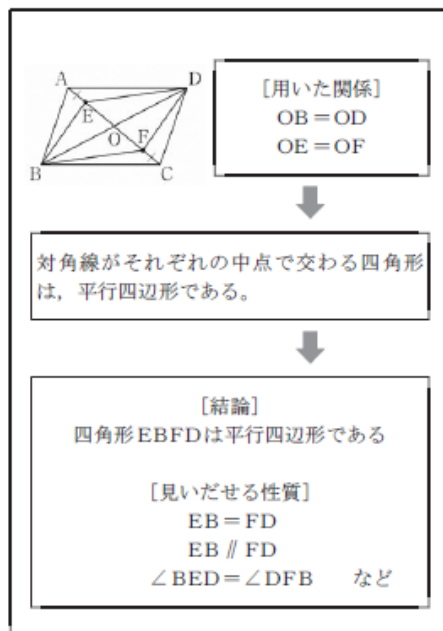
3. 学習指導に当たって

○ 証明を振り返り、新たな性質を見いだすことができるようにする

証明を書くこととともに、証明を読む場面を設定し、証明の結果や過程を振り返り、新たな性質を見いだすことができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、証明の過程で用いた事実や得られた結論に着目し、新たな性質を見いだす活動を取り入れることが考えられる。例えば、四角形EBFDが平行四辺形になることを平行四辺形になるための条件を用いて証明した後、証明を振り返り、用いた関係と結論を次の<証明の振り返り>のように書き出して整理し、新たな性質を見いだす活動を取り入れることが考えられる。

<証明の振り返り>



優花さんの証明では、
「四角形EBFDは平行四辺形である」

ことを示すために、

「 $OB = OD, OE = OF$ 」

を用いていることがわかる。

平行四辺形になるための条件は、平行四辺形の辺や角、対角線の関係で平行四辺形になることを示すものである。

よって、四角形EBFDが平行四辺形であることを示す際に用いられていない関係を平行四辺形の性質に基づいて新たに見いだすことができる。例えば、次のような性質

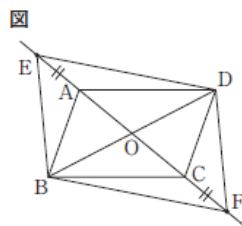
$EB = FD$

$EB \parallel FD$

$\angle BED = \angle DFB$

などを見いだすことができる。

(2) 右の図のように、平行四辺形ABCDの対角線の交点をOとし、線分OA、OCを延長した直線上にAE = CFとなる点E、Fをそれぞれとります。優花さんは、このときも四角形EBFDは平行四辺形になると予想しました。



図において四角形EBFDが平行四辺形になることは、前ページの優花さんの証明の一部を書き直すことで証明できます。書き直すことが必要な部分を、下のアからオまでの中から1つ選び、正しく書き直しなさい。

ア	平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから、 $OB = OD$ ……① $OA = OC$ ……②
イ	仮定より、 $AE = CF$ ……③
ウ	②、③より、 $OA - AE = OC - CF$ ……④
エ	④より、 $OE = OF$ ……⑤
オ	①、⑤より、 対角線がそれぞれの中点で交わるから、 四角形EBFDは平行四辺形である。

設問(2)

正答率43.3%

趣旨

発展的に考え、条件を変えた場合について、証明の一部を書き直すことができるかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

○ 問題の条件を変えて、発展的に考えることができるようにする

証明を読み、結論を導くために欠かせない条件や性質を捉える場面を設定し、問題の条件を変えて、発展的に考えることができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、問題の「平行四辺形ABCDの対角線AC上に点E、Fをとる」から「平行四辺形ABCDの対角線ACの延長上に点E、Fをとる」という条件に変えることで、四角形EBFDがどのような四角形となるかを明らかにする場面を設定することが考えられる。その際、問題の平行四辺形ABCDの対角線AC上に点E、Fをとったときにできた四角形EBFDが平行四辺形になることの証明を振り返り、条件を変える前と変えた後の2つの図を観察しながら四角形EBFDが平行四辺形になることの条件を比較し、どちらの図においても成り立つ条件や成り立たない条件について確認する活動を取り入れることが考えられる。その上で、 $OE = OF$ であることの根拠を示すために「 $OA - AE = OC - CF$ 」から「 $OA + AE = OC + CF$ 」に変えなくてはいけないことや他の部分は変えなくてよいことを確認できるようにすることが大切である。

なお、このような過程を生徒が経験することで、単に条件を変えて発展的に考えるというだけでなく、書いた証明を振り返り、ある条件に着目して意図的に条件を変えることといった発展的に考えていくための機会となると考えられる。

(3) 前ページの問題では、優花さんの証明から「四角形ABCDが平行四辺形ならば、四角形EBFDは平行四辺形である。」ことがわかりました。

問題の平行四辺形ABCDを正方形に変えると、四角形EBFDは平行四辺形の特別な形になります。四角形ABCDが正方形ならば、四角形EBFDはどんな四角形になりますか。「～ならば、……になる。」という形で書きなさい。

設問(3)

正答率43.2%

趣旨

付加された条件の下で、新たな事柄を見だし、説明することができるかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

○ 付加した条件の下で、見だした事柄を数学的に表現できるようにする

新たに条件を加えた際に、見だした事柄の前提に当たる条件と、それによって説明される結論を明確にして表現する活動を取り入れ、付加した条件の下で、見だした事柄を数学的に表現できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、図1について、平行四辺形ABCDを正方形に変えた図2をかき、四角形EBFDに着目して、四角形EBFDがどのような四角形になるかを考え、説明する活動を取り入れることが考えられる。その際、平行四辺形を正方形に変えたことによって、どのような条件が付加されたかを考え、その中で「対角線が垂直に交わる」と「対角線の長さが等しい」ことが付加されたことを確認し、その上で、「対角線が垂直に交わる」という条件から、図2の四角形EBFDがひし形になることを確認する活動を取り入れることが大切である。さらに、前提と結論を明確にし、「四角形ABCDが正方形ならば、四角形EBFDはひし形になる。」などと表現し、それが正しいかどうかを証明できるようにすることも大切である。

図1

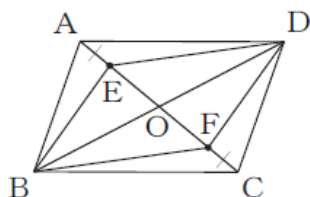


図2

