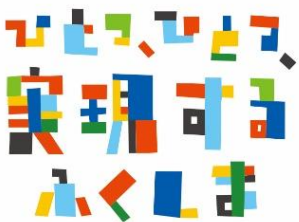


指導者用



全国学力・学習状況調査問題

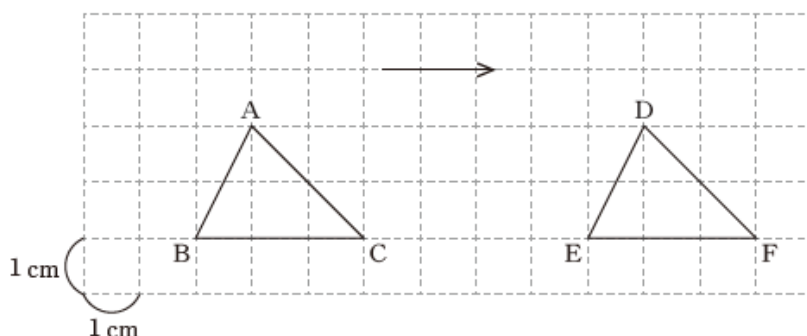


主に「図形」に関する
学習指導の改善・充実を
図る際のポイントを集めま
した。ご活用ください。



Vol.5 (令和元年度～3年度)

- 3 下の図で、 $\triangle DEF$ は、 $\triangle ABC$ を矢印の示す方向に平行移動したものです。 $\triangle DEF$ は、 $\triangle ABC$ を矢印の示す方向に何 cm 平行移動したのですか。その移動の距離を求めなさい。



出題の趣旨

正答率83.9%

図形の性質を考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。

- ・ 図形の移動の特徴を的確に捉えること
- ・ 平行移動の意味を理解していること

3. 学習指導に当たって

- 移動前と移動後の図形を比較して2つの図形の関係を読み取ることができるようにする

図形の移動について考察する際に、移動前と移動後の図形を比較する機会を設け、対応する頂点や辺の位置関係などを読み取ることができるように指導することが大切である。

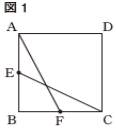
本問を使って授業を行う際には、 $\triangle ABC$ と、その $\triangle ABC$ を矢印の示す方向に平行移動させた $\triangle DEF$ において、移動前と移動後の2つの図形に着目して、それらの図形の性質や関係を見だし、図形の平行移動について考察する活動を取り入れることが考えられる。その際、図形を構成している点A, B, Cに対応する点がそれぞれ点D, E, Fであることを捉え、線分AD, BE, CFの長さに着目し、それらの長さがすべて等しいことから、対応する点が一定の距離だけ移動していることを確認する場面を設定することが考えられる。

- 日常の事象の特徴を、図形の移動を用いて的確に捉えることができるようにする

日常の事象を図形の形や大きさ、構成要素や位置関係に着目して観察することで、図形の性質や関係を用いて事象の特徴をよりの確に捉えることができるように指導することが大切である。

例えば、平成29年度【中学校】数学B①「万華鏡」で取り上げたように、万華鏡の中をのぞいたときに見られる模様に移動の性質を見だし、美しい万華鏡の模様にはどのような特徴があるかを考察する場面を設定することが考えられる。その際、万華鏡の模様を観察することを通して、同じような模様がいくつも並んでいることから、万華鏡の中をのぞいたときに見られる模様が合同な図形を敷き詰めてできていると捉えるなどして、数学の舞台にのせて考察しようとするのが大切である。その上で、敷き詰められた図形間の関係について、図形のどのような移動で説明できそうかなどを検討し、万華鏡の模様の特徴について数学的に考察することが大切である。

7 右の図1のように、正方形ABCDの辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとします。真由さんは、線分AFと線分CEについて、次のことを予想しました。



予想1

正方形ABCDの辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとすると、 $AF = CE$ になる。

次の(1)から(3)までの各問に答えなさい。

(1) 予想1が成り立つことは、次のように証明することができます。

証明

$\triangle ABF$ と $\triangle CBE$ において、
 正方形の4つの辺はすべて等しいから、
 $AB = CB$ ……①
 点E、Fはそれぞれ辺AB、BCの中点だから、①より、
 $BF = BE$ ……②
 共通な角だから、
 $\angle ABF = \angle CBE$ ……③
 ①、②、③より、 がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABF = \triangle CBE$
 合同な図形の対応する辺は等しいから、
 $AF = CE$

上の証明の に当てはまる言葉を書きなさい。

(2) 真由さんは、前ページの予想1の正方形ABCDを平行四辺形ABCDに変えることを考え、次のことを予想しました。

予想2

平行四辺形ABCDの辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとすると、 $AF = CE$ になる。

しかし、右の図2のような場合があることから、上の予想2が成り立たないことに気づきました。

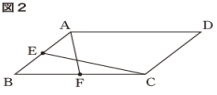


図2には下の特徴があることから、図2を用いて予想2が成り立たないことを示すことができます。

図2は、予想2の「平行四辺形ABCDの辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとする」ということを ①。また、図2は、予想2の「 $AF = CE$ になる」ということを ②。

上の ① と ② に当てはまる言葉の組み合わせとして正しいものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア ①：みたしている ②：みたしている
 イ ①：みたしている ②：みたしていない
 ウ ①：みたしていない ②：みたしている
 エ ①：みたしていない ②：みたしていない

設問(1) 正答率76.1%
 趣旨

証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

○ 証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を指摘できるようにする

証明を読み、根拠を見いだすとともに、その根拠に仮定がどのように用いられているかを確認する場面を設定し、証明の根拠として用いられている図形の性質を見だし、三角形の合同条件を指摘できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、証明を読み、当てはまる三角形の合同条件を確認するとともに、その合同条件を成り立たせる辺や角の関係を図と対応させて捉える活動を取り入れることが考えられる。その際、 $\triangle ABF$ と $\triangle CBE$ を抜き出した図を基に、対応する辺や角を確認する場面を設定することが大切である。

設問(2) 正答率77.6%
 趣旨

反例の意味を理解しているかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

○ 反例の意味を理解できるようにする

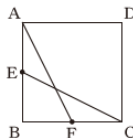
証明の指導においては、命題が常に成り立つことを示すばかりでなく、常に成り立つとは限らないことを説明できるようにすることも必要である。命題が常に成り立つとは限らないことを示すには反例を1つあげればよいことや、反例は命題の仮定を満たしているが、結論を満たしていない例であることを理解できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、例えば、点E、Fはそれぞれ辺AB、BCの中点であるという仮定は変えずに、正方形ABCDを平行四辺形ABCDに変えたときの結論として $AF = CE$ の関係が成り立たないことを示す場面を設定することが考えられる。その際、点E、Fはそれぞれ辺AB、BCの中点であるという仮定は満たしているが、 $AF = CE$ という結論を満たしていないような平行四辺形ABCDを見だし、平行四辺形ABCDの辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとしたとき、 $AF = CE$ とはならない場合があることを確認することが大切である。

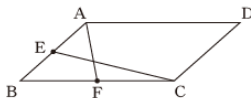
(3) 真由さんは、これまでに調べたことを、次のようにまとめました。

まとめ

◎「正方形ABCDの辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとすると、 $AF = CE$ になる。」ということが成り立つ。



◎「平行四辺形ABCDの辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとすると、 $AF = CE$ になる。」ということが成り立たない。



上のまとめから、「四角形ABCDが正方形ならば、 $AF = CE$ になる。」ということが成り立つことと、「四角形ABCDが平行四辺形ならば、 $AF = CE$ になる。」ということが成り立たないことがわかります。

正方形でない四角形で、 $AF = CE$ になる四角形ABCDを考えます。四角形ABCDがどんな四角形ならば、 $AF = CE$ になりますか。「～ならば、……になる。」という形で書きなさい。

設問(3)

正答率53.8%

趣旨

結論が成り立つための前提を考え、新たな事柄を見だし、説明することができるかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

○ 結論が成り立つための前提を考え、見だした事柄を数学的に表現できるようにする

与えられた事柄や予想した事柄が成り立つかどうかを、具体例をあげて調べる活動を通して、結論が成り立つための前提を考え、見だした事柄を数学的に表現できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとする条件は変えずに、正方形ABCDを他の四角形ABCDに変えた場合、 $AF = CE$ となる四角形はどのような四角形であればよいかを考え、説明する活動を取り入れることが考えられる。その際、正方形以外の四角形ABCDの例をいくつかあげ、正方形ABCDの証明を振り返り、それぞれの四角形ABCDの $\triangle ABF$ と $\triangle CBE$ に着目し、 $\triangle ABF \equiv \triangle CBE$ であれば $AF = CE$ が成り立つことを確認する場面を設定することが考えられる。その上で、 $\triangle ABF \equiv \triangle CBE$ になるための条件を考え、 $\angle ABF$ と $\angle CBE$ は共通な角であることは変わらないことや、 $BF = BE$ は $AB = CB$ から導かれることから、 $AB = CB$ であれば $\triangle ABF \equiv \triangle CBE$ になることを確認し、正方形以外の他の四角形ABCDにおいて $AB = CB$ であれば、 $AF = CE$ となることを見いだす活動が考えられる。

このような活動を通して、結論 $AF = CE$ が成り立つための前提 $AB = CB$ を考え、例えば、「四角形ABCDがひし形ならば、 $AF = CE$ になる。」や「四角形ABCDが $AB = CB$ の四角形ならば、 $AF = CE$ になる。」など見だした事柄を数学的に表現できるようにすることが大切である。

- 3 次の図1の $\triangle ABC$ において、頂点Aを通り辺BCに垂直な直線を作図します。琴葉さんは、図2のように、頂点Aを中心として円をかいたところ、その円と辺AB、BC、CAとの交点が4つできました。

図1

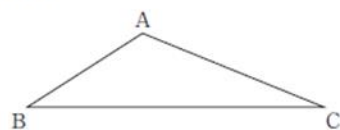


図2

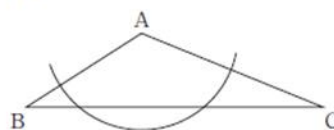


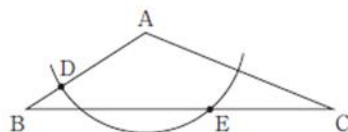
図2の4つの交点の中からどれか2点を点D、Eとすることで、次の手順によって、頂点Aを通り辺BCに垂直な直線を作図することができます。

手順

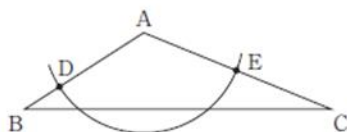
- ① 点D、Eをそれぞれ中心として、互いに交わるように等しい半径の円をかき、その交点の1つを点Pとする。
- ② 頂点Aと点Pを通る直線をひく。

2点D、Eを示した図として正しいものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

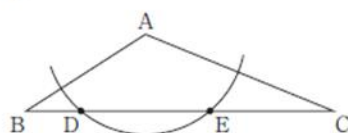
ア



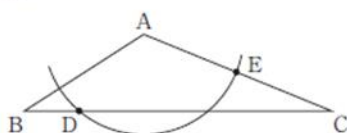
イ



ウ



エ



1. 出題の趣旨

基本的な作図の方法を考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。

- 垂線の作図の方針を立てること
- 垂線の作図の方法について理解していること

7 厚紙を三角形の形に切ります。その三角形を $\triangle ABC$ とすると、次の手順で四角形をつくることができます。

手順

- ① 辺ACの中点を点Dをとる。
- ② 辺BC上に点Eをとる。ただし、点Eは点B、Cと重ならないものとする。
- ③ 点Dと点Eを結んでできた線分DEにそって切る。
- ④ $\triangle DEC$ を点Dを回転の中心として反時計回りに 180° 回転移動させる。



点Dは、辺ACの中点だから、ADとCDの長さは等しいので、ADとCDはぴったり重なります。 $\triangle DEC$ を、点Dを回転の中心として反時計回りに 180° 回転移動させた三角形を $\triangle DFA$ とすると、 $\angle ADE$ と $\angle ADF$ の和は 180° なので、点E、D、Fは一直線上にあります。これらのことから、上の手順により、四角形ABEFができることがわかります。

芽依さんは、四角形ABEFがどんな四角形になるかを考えることにしました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 芽依さんは、前ページの手順の②で、点Eを辺BC上にいろいろな位置に変えてとり、 $\triangle ABC$ から四角形ABEFをつくり、四角形ABEFがどんな四角形になるかを調べることにしました。そこで、次のような図1をかき、さらに、 $\triangle DEC$ と合同な $\triangle DFA$ をかき加えた図2をかきました。

図1

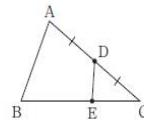
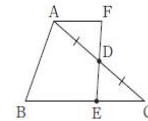


図2



芽依さんは、図2において、四角形ABEFは $AF \parallel BE$ の四角形になると予想しました。 $AF \parallel BE$ となることは、ある2つの角が等しいことからわかります。その2つの角を書きなさい。

(2) 芽依さんは、次の図3のように、前ページの図1の $\triangle ABC$ において、点Eを辺BCの中点にとった図をかき、その図をもとに、 $\triangle DEC$ と合同な $\triangle DFA$ をかき加えた図4をかきました。

図3

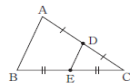
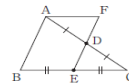


図4



芽依さんは、図4の四角形ABEFから、次のように予想しました。

予想

$\triangle ABC$ において、点Eを辺BCの中点としたとき、四角形ABEFは平行四辺形になる。

芽依さんは、上の予想が成り立つことを示すために、辺AFと辺BEの関係について調べました。

調べたこと

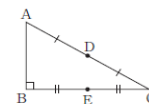
- $AF \parallel BE$ であることはすでにわかっている。……①
- 辺AFと辺BEについて、 $\triangle DEC \equiv \triangle DFA$ より、合同な図形の対応する辺が等しいから、 $CE = AF$ ……②
- 点Eは辺BCの中点だから、 $BE = CE$ ……③
- ②、③より、 $AF = BE$ である。……④

前ページの調べたことの①と④をもとに、どのようなことがらを根拠にすると、予想が成り立つことがいえますか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。
- イ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。
- ウ 対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は、平行四辺形である。
- エ 1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は、平行四辺形である。

(3) 右の図5のように、12ページの図1の $\triangle ABC$ を、 $\angle B$ の大きさが 90° である三角形に変え、点Eを辺BCの中点としたとき、 $\triangle ABC$ からできる四角形ABEFがどんな四角形になるかを考えます。

図5



このとき、四角形ABEFは平行四辺形の特別な形になります。 $\triangle ABC$ において、 $\angle B$ の大きさが 90° で、点Eが辺BCの中点ならば、四角形ABEFはどんな四角形になりますか。「～ならば、～になる。」という形で書きなさい。

設問(1)

趣旨

2直線に1つの直線が交わるとき、錯角が等しければ、2直線は平行になることを理解しているかどうかをみる。

設問(2)

趣旨

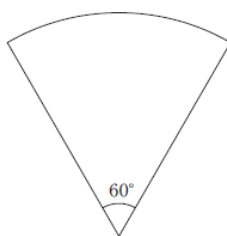
根拠として用いられている平行四辺形になるための条件を理解しているかどうかをみる。

設問(3)

趣旨

付加された条件の下で、新たな事柄を見だし、説明することができるかどうかをみる。

- 3 次の図のような、中心角 60° のおうぎ形があります。このおうぎ形の弧の長さは、同じ半径の円の円周の長さの何倍ですか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア $\frac{1}{2}$ 倍 イ $\frac{1}{3}$ 倍 ウ $\frac{1}{4}$ 倍 エ $\frac{1}{5}$ 倍 オ $\frac{1}{6}$ 倍

出題の趣旨

正答率68.6%

図形の性質を考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。

- ・事象の特徴を的確に捉えること
- ・扇形の中心角と弧の長さや面積との関係について理解していること

3. 学習指導に当たって

- 扇形を円の一部として捉え、中心角の大きさに伴って変わる数量に着目し、その関係を見いだすことができるようにする

円や扇形の学習を進める際に、半径が等しい円と扇形を比較する機会を設定し、扇形を円の一部として捉えることができるように指導することが大切である。

本間を使って授業を行う際には、円を折ったり、切ったりしてできた扇形ともとの円を比べる活動を行うなど、観察や操作、実験を通して、扇形と円に関連付けて捉える場面を設定することが考えられる。さらに、半径を一定にして、中心角を様々な大きさに変えた扇形の弧の長さや面積を調べ、表や式に表すことを通して、それらが扇形の中心角に伴って変わる数量となっていることを確認する場面を設定することが考えられる。

このような活動を通して、扇形を円の一部として捉え、扇形の中心角の大きさと弧の長さや面積との関係を見いだすことができるようにすることが大切である。

- 図形の性質を数量の関係に着目して捉え直し、その特徴を数学的に表現することができるようにする

図形の性質を数量の関係に着目して捉え、その関係を数学的に表現できるように指導することが大切である。その際、関数の視点から図形の性質を考察する場面を設定することが考えられる。

例えば、第2学年における、三角形や四角形などの多角形の角の大きさについての性質を調べるといった学習において、平成24年度【中学校】数学B⑥「正多角形の外角」で取り上げたように、正多角形の頂点の数と正多角形の一つの外角の大きさについて着目し、表を観察することなどを通して、「正多角形の頂点の数を決めると、それに伴って正多角形の一つの外角の大きさがただ一つ決まる」ことを確認することが考えられる。「正多角形の一つの外角の大きさは、正多角形の頂点の数の関数である」と捉え直すことで、その関係を式で表現し、説明できるようにすることが大切である。本間においても、扇形が円の一部であり、半径が一定の場合、その弧の長さや面積が扇形の中心角に比例し、扇形の中心角の大きさと 360° の比によって決まると捉え直す場面を設定することが考えられる。

このような活動を通して、扇形の中心角と弧の長さや面積との関係を数学的に表現することができるようになり、さらには公式の意味の理解を深めることにもつながると考えられる。

扇形の中心角と弧の長さや面積との関係の学習指導に当たって

これまでの全国学力・学習状況調査【中学校】数学における調査結果から、扇形の中心角と弧の長さや面積との関係の理解について課題がみられた。

| 問題番号 | 問題の概要 | 正答率 | 解説資料 | 報告書 |
|------------|---|-------|-------------|---------------|
| H21A 5 (4) | 中心角 60° の扇形の面積について正しいものを選ぶ | 57.5% | P. 33～P. 37 | P. 252～P. 257 |
| H24A 4 (3) | 中心角 120° の扇形の面積について正しいものを選ぶ | 70.6% | P. 32～P. 37 | P. 232～P. 239 |
| H29A 4 (3) | 半径が 5 cm, 中心角が 120° の扇形の弧の長さを求める | 32.2% | P. 40～P. 45 | P. 54～P. 61 |
| R03 3 | 中心角 60° の扇形の弧の長さについて正しいものを選ぶ | 68.6% | P. 16～P. 17 | P. 26～P. 29 |

中学校学習指導要領（平成29年告示）では、身に付ける知識及び技能として下のような事項が取り上げられている。

〔第1学年〕 B 図形
 (2)ア(イ) 扇形の弧の長さや面積、基本的な柱体や錐体、球の表面積と体積を求めること。

この事項について、例えば、次のような学習指導が考えられる。

円を折ったり、切ったりしてできた扇形ともとの円を比べる活動を行うなど、観察や操作、実験を通して、扇形と円を関連付けて捉える場面を設定すること

扇形を円の一部として理解できるようにするためには、実際に円を折るなどしてできた図形を観察する場面を取り上げ、授業の中で実感を伴って理解することができるようにすることが大切である。



円を3回折って開き、折り目の線をかいてみましょう。
 区切られた図形について何かわかることはありますか。



扇形がたくさんあります。

折り目の線が円の直径になっています。



45° が8つあります。

同じ大きさの扇形ができています。



どんな扇形を見つけましたか。
 発表してください。



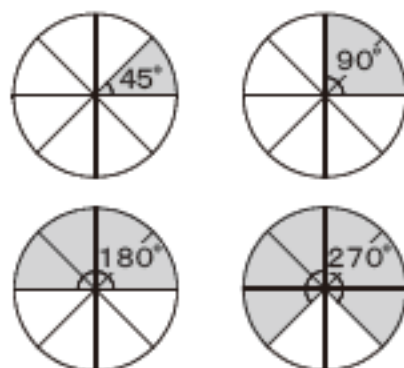
45° の扇形があります。



90° の扇形もあるよ。
 180° の扇形もあるね。



270° の扇形もあるのではないかな。





扇形というのはどんな図形でしょうか。説明してみましょう。



2つの半径と弧で囲まれた図形のことをいうと思います。



そうですね。2つの半径と弧で囲まれた図形のことを扇形といいます。2つの半径のつくる角を中心角といいます。右の図において、中心角 45° の扇形について考えます。この扇形と元の円についてどのようなことがいえそうですか。



中心角 45° の扇形が8つあります。

45° を8倍すると、 360° になるね。中心角 45° の扇形を8つ合わせると、元の円になります。

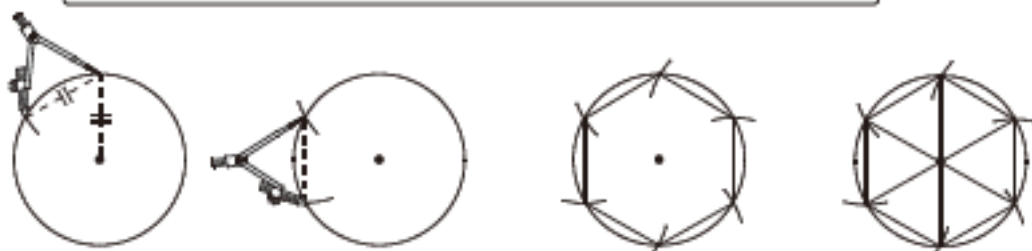


じゃあ、中心角 45° の扇形の面積は元の円の面積の $\frac{1}{8}$ 倍ということかな。

弧の長さや円周にも同じようなことがいえそうだよ。



中心角 45° の扇形について、同じ半径の円を元にして弧の長さや面積を考えたのですね。中心角が 45° ではない扇形についても考えてみたいと思います。次の作図でできる扇形について考えてみましょう。



この作図で正六角形を作ることができるよね。

中心角が 60° の扇形が6つできているね。



今度は、右の図のような中心角 60° の扇形について考えます。この扇形と元の円についてどのようなことがいえそうですか。



60° を6倍すると、 360° になるね。中心角 60° の扇形を6つ合わせると、元の円になります。

中心角 60° の扇形の弧の長さや面積は元の円からみたら $\frac{1}{6}$ 倍だよ。



中心角 45° の扇形と同じように元の円との関係がわかったよ。

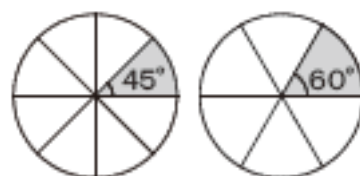
$\frac{1}{6}$ 倍は $\frac{60^\circ}{360^\circ}$ とみてもよいのかな。



これまでの活動を振り返って、扇形についてどのようなことがわかってきましたか。



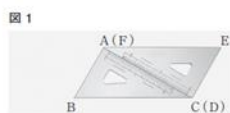
扇形は、同じ半径の円を元にして考えるとよさそうだということがわかりました。



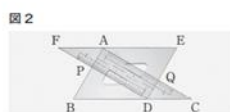
- 9 30°、60°、90°の同じ三角定規を2つ用意し、それぞれ△ABC、△DEFとします。直輝さんと由衣さんは、この2つの三角定規を組み合わせてできる四角形について考えることにしました。



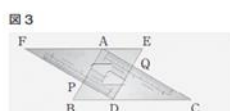
二人は、2つの三角定規を右の図1のように、点Aと点F、点Cと点Dが重なるように並べました。このとき、四角形ABCEができます。



次に、図2のように、点Dが辺BC上にあり、辺EFが辺BCと平行になるように、△DEFを△ABCに重ねました。辺ABと辺FD、辺EDと辺ACの交点をそれぞれ点P、Qとすると、四角形APDQができます。



そして、図3のように、点Dが辺BC上にあり、辺EFが辺BCと平行になるように、△DEFを左に動かしました。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 二人は、前ページの図1の四角形ABCEが平行四辺形になると予想し、予想が成り立つことを示すために、次の図4をかきました。

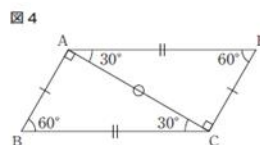


図4において、△ABCと△CEAは合同なので、対応する辺の長さや角の大きさが等しいことがわかります。

このことから、四角形ABCEが平行四辺形になることは、平行四辺形になるための条件を用いて説明できます。下のア、イのどちらかを選び、選んだ条件を用いて説明しなさい。ア、イのどちらを選んで説明してもかまいません。

ア 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

イ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

設問(1)

正答率44.6%

趣旨

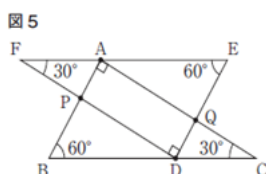
平行四辺形になるための条件を用いて、四角形が平行四辺形になることの理由を説明することができるかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

- 事柄が成り立つことについて、根拠を明確にして説明することができるようにする
事柄が成り立つことを説明するためには、何を示せばよいかを明らかにし、着目すべき性質や関係を見いだす活動を取り入れ、根拠を明確にして説明することができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、四角形ABCEが平行四辺形になることを説明するために、平行四辺形になるための条件を示せばよいことを明らかにし、どの条件を用いればよいかについて検討する活動を取り入れることが考えられる。その際、△ABCと△CEAが合同であることを基に、対応する辺や角の等しい関係に着目して、平行四辺形になるための条件を確認する場面を設定することが考えられる。

(2) 二人は、17ページの図2、図3のように、2つの三角定規を重ねたところにある四角形APDQが長方形になると予想し、予想が成り立つことを示すために、次のような図5をかきました。



4つの角がすべて等しい四角形は、長方形になります。四角形APDQについて、 $\angle PAQ = \angle PDQ = 90^\circ$ より、 $\angle APD = 90^\circ$ がいえれば、 $\angle AQD = 90^\circ$ となり、四角形APDQは長方形になります。そこで、直輝さんは、 $\angle APD = 90^\circ$ になることについて、次のように考えました。

直輝さんの考え

- ① $\angle APD$ は $\triangle AFP$ の外角だから、 $\angle AFP$ と $\angle FAP$ の和に等しい。
- ② 2直線FE, BCに直線ABが交わってできる角のうち、錯角である $\angle FAP$ と $\angle PBD$ は等しくなることから、 $\angle FAP = \angle PBD = 60^\circ$ になる。
- ③ ①, ②より、
 $\angle APD = \angle AFP + \angle FAP = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ になり、
 $\angle APD = 90^\circ$ といえそうだ。

直輝さんの考えの②で、錯角である $\angle FAP$ と $\angle PBD$ は等しくなるといえるのは、直線FEと直線BCに、ある関係が成り立っているからです。その関係を記号を使って表しなさい。

設問(2)

正答率64.7%

趣旨

錯角が等しくなるための、2直線の位置関係を理解しているかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

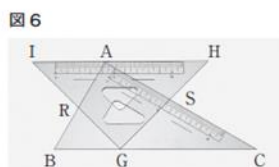
○ 結論が成り立つための前提を、数学的に表現できるようにする

論理的に考察し表現するために、結論が成り立つための前提を表現することができるように指導することが大切である。例えば、同位角や錯角が等しくなるための前提となる2直線の位置関係を明らかにする活動を取り入れることが考えられる。

本設問を使って授業を行う際には、四角形APDQが長方形になることを示すために、 $\angle APD$ が 90° になることがいえればよいことを明らかにし、 $\angle APD$ が 90° になることの根拠を説明する活動を取り入れることが考えられる。その際、二つの三角定規を組み合わせでできた図形を表した図5を観察し、その図形の辺や角についての特徴を見いだす場を設定することが大切である。その中で、錯角である $\angle FAP$ と $\angle PBD$ が等しく 60° であることを捉え、そのことが2直線FE, BCの位置関係が平行であることから導かれるといった前提を明確にし、「FE // BCより、 $\angle FAP = \angle PBD$ である。」などと表現することができるようにすることが大切である。

(3) 二人は、左に動かす三角定規を、斜辺を底辺としたときの高さが△ABCと等しい45°、45°、90°の三角定規に変えて、重なったところにできる四角形について考えることにしました。

右の図6のように、45°、45°、90°の三角定規を△GHIとし、辺ABと辺IG、辺HGと辺ACの交点をそれぞれ点R、Sとすると、四角形ARGSができます。



点Gが辺BC上にあり、辺HIが辺BCと平行になるように、△GHIを左に動かしたとき、二人は、四角形ARGSが長方形にならないと考え、次のような図7、図8をかきました。

図7

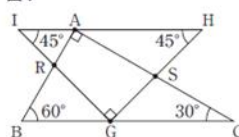
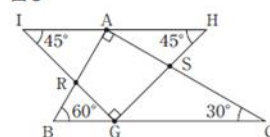


図8



二人は、図7、図8で、四角形ARGSが長方形にならないことから、四角形ARGSがどんな四角形になるか話し合っています。

直輝さん「△GHIを動かすと四角形ARGSの4つの辺の長さはそれぞれ長くなったり短くなったりするよ。角の大きさはどうなるかな。」
 由衣さん「∠RASと∠RGSの大きさはそれぞれ90°で変わらないね。∠ARGと∠ASGの大きさはどうかな。」

△GHIを動かしても、四角形ARGSの∠ARGと∠ASGの和はいつでも180°になります。このほかに、∠ARG、∠ASGの大きさについて、いつでもいえることを書きなさい。

設問(3)

正答率29.3%

趣旨

ある条件の下で、いつでも成り立つ図形の性質を見だし、それを数学的に表現することができるかどうかをみる。

3. 学習指導に当たって

○ ある条件の下で成り立つ図形の性質を見だし、それを数学的に表現できるようにする

条件を保ったまま動かした図形を観察し、辺や角について変わらない性質を見出す活動を取り入れ、ある条件の下でいつでも成り立つ性質や関係を捉え、それを数学的に表現することができるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、動かす三角形を△DEFから△GHIに変えて、同じ条件で△GHIを動かして観察することを通して、辺や角についての性質を見だし、それを数学的に表現する場面を設定することが考えられる。その際、∠ARGと∠ASGについて見いだした性質を共有した上で、さらにいえることはないか考えたり、見いだした性質を関連付けて考えたりする活動を取り入れることが大切である。